

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра компьютерных сетей

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета ИВТ  
 Д.Ю. Чалый  
«23» мая 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**«Дифференциальные уравнения»**

**Направление подготовки**  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Направленность (профиль)**  
«Искусственный интеллект»

**Квалификация выпускника**  
Бакалавр

**Форма обучения**  
очная

Программа рассмотрена на  
заседании кафедры  
от 17 апреля 2023 г.,  
протокол № 8

Программа одобрена НМК  
факультета ИВТ  
протокол № 6 от  
28 апреля 2023 г.

Ярославль

## **1. Цели освоения дисциплины**

Цель дисциплины «Дифференциальные уравнения» является обучение студентов использовать полученные знания о дифференциальных уравнениях для решения прикладных задач в профессиональной деятельности.

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы бакалавриата (магистратуры, специалитета)**

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к модулю «Действительный и комплексный анализ».

Изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения» направлено на приобретение студентами знаний, умений и навыков решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений; уравнений в частных производных; на умение применять изученные теории к выяснению вопроса существования решений и нахождению их; на подготовку студентов к системному восприятию дальнейших дисциплин из учебного плана, использующих обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения математической физики.

Требования к входным знаниям и умениям: курс алгебры, курс математического анализа высшей школы (дифференциальное и интегральное исчисление функции одной и нескольких переменных), курс численных методов.

## **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы бакалавриата (магистратуры, специалитета)**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

<b>Формируемая компетенция (код и формулировка)</b>	<b>Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)</b>	<b>Перечень планируемых результатов обучения</b>
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.	ИОПК2.1 Осуществляет выбор и адаптацию математических методов и систем программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	Знать: - постановку задачи Коши для дифференциальных уравнений и систем; - условия существования и единственности решения задачи Коши; – основные понятия, теоремы и уравнения; - свойства решений линейных уравнений и систем дифференциальных уравнений; - методы решения дифференциальных уравнений;

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)					Формы текущего контроля успеваемости	Форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
			Лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания			
1.	Дифференциальные уравнения 1-го порядка		8	12				24		
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							8		
2.	Дифференциальные уравнения высших порядков		4	8				16		
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							4		
3.	Системы дифференциальных уравнений		4	6				10		
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							4		
4.	Понятие об уравнениях математической физики		12	16				24		
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							12		
	<b>ИТОГО</b>		28	42				74		
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							28		

#### Содержание разделов дисциплины:

##### Раздел 1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка

Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах, приводимые к однородным, Лагранжа, Клеро. Задача Коши, теорема существования и единственности. Изоклины. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям 1-го порядка. Решение физических и геометрических задач. Решение ДУ численными методами: методы Эйлера, Рунге-Кутте и Адамса.

##### Раздел 2. Дифференциальные уравнения высших порядков

Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго и высших порядков: однородные и неоднородные. Линейная независимость решений. Определитель Вронского. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов. Задачи, приводящие к диф. уравнениям высших порядков.

### **Раздел 3. Системы дифференциальных уравнений**

Системы дифференциальных уравнений. Нормальные однородные системы дифференциальных уравнений. Методы решений. Понятие устойчивости решения. Фазовое пространство. Устойчивость решений линейных однородных систем ДУ. Критерий устойчивости по первому приближению. Теорема Рауса Гурвица. Траектории решений системы. Нахождение направлений движения по траекториям. Теория устойчивости по Ляпунову.

### **Раздел 4. Понятие об уравнениях математической физики**

Основные положения математической физики. Уравнения 1-го порядка. Классификация дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных. Постановка задач для уравнений математической физики. Понятие о краевых задачах. Основные типы краевых задач. Физические задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Волновое уравнение. Смешанная задача (конечная струна) и ее решение методом разделения переменных (методом Фурье). Решение задачи Коши для одномерного однородного уравнения колебаний (метод Даламбера - метод характеристик). Физические задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Уравнение теплопроводности. Решение задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности (бесконечный стержень) методом Фурье. Интеграл Фурье. Функция источника. Уравнения теплопроводности (стержень конечной длины). Охлаждение стержня конечной длины. Стационарное распределение температуры. Решение задачи теплопроводности методом конечных разностей. Физические задачи, приводящие к уравнениям эллиптического типа.

## **5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Вводная лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Даётся краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция** (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляющее преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

- для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации, для разработки документов, презентаций, для работы с электронными таблицами программы OfficeStd 2013 RUS OLP NL Acdmc 021-10232, LibreOffice (свободное), издательская система LaTeX;
- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next")

**7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

1. ОС семейства Microsoft Windows
2. LibreOffice
3. MozillaFirefox
4. Microsoft Office 365(онлайн)

**8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», рекомендуемых для освоения дисциплины**

**а) основная литература**

1. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 280 с. — ISBN 978-5-8114-9441-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/195426>
2. Смышляева, Т. В. Математика. Дифференциальные уравнения: учебное пособие / Т. В. Смышляева, Е. Ю. Рекка, О. А. Федосеева. — Пермь: ПНИПУ, 2017. — 115 с. — ISBN 978-5-398-01849-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/160856>

**б) дополнительная литература**

1. Бибиков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / Ю. Н. Бибиков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-1176-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210617>
2. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики: учебник для вузов / Владимиров В.С. - 4-е изд., исправ. и доп. - Москва: Физматлит, 1981. - 512 с.
3. Бугров, Я.С. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного.: учебник для вузов / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. - 3-е изд., испр. - Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. - 464 с
4. Высшая математика в упражнениях и задачах: в двух частях. Ч. 1 / Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. и др. - 7-е изд., испр. - Москва: Оникс: Мир и Образование, 2008. - 368 с.
5. Высшая математика в упражнениях и задачах: в двух частях. Ч. 2 / Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевников, 1989. - 735 с.: ил. + Указатель. - ISBN 5-02-013950-5.

**в) ресурсы сети «Интернет»**

1. Электронная библиотека «Университетская библиотека online». URL: <http://biblioclub.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». URL: <http://window.edu.ru/>
3. Образовательный портал Череповецкого государственного университета. URL: <https://edu.chsu.ru/>
4. Образовательная платформа Открытое образование, онлайн курсы: Дифференциальные уравнения: <https://openedu.ru/course/ITMOUniversity/DIFEQ/>

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины  
«Дифференциальные уравнения»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

1. Типовые контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущего контроля успеваемости

**Тематика индивидуальных заданий, проверочных и контрольных работ**

<b>Тематика индивидуальных заданий</b>
<p>1. Индивидуальное задание по теме «Дифференциальные уравнения 1-го порядка».</p> <p>Найти общие (где требуется, частное) решения ДУ: 1) <math>x(y^2 - 4)dx + ydy = 0</math>; 2) <math>y' = 23 * e^{\frac{5y}{x}} + \frac{y}{x}</math>, <math>y(1) = 0</math>; 3) <math>y' - 16\frac{y}{x} = x^7 + 9x^5</math>; 4) <math>(x^2y + 4)dx + \left(\frac{x^3}{3} + y\right)dy = 0</math>.</p>
<p>2. Индивидуальное задание по теме «Приложения дифференциальных уравнений 1-го порядка».</p> <p>Ускорение локомотива, начальная скорость которого равна <math>v_0</math>, прямо пропорциональна силе тяги <math>F</math> и обратно пропорциональна массе поезда <math>m</math>. Сила тяги локомотива <math>F(t) = b - kv(t)</math>, где <math>v(t)</math> – скорость локомотива в момент <math>t</math>, <math>b</math> и <math>k</math> – постоянные величины. Определить зависимость силы тяги локомотива от времени <math>t</math>.</p>
<p>3. Индивидуальное задание по теме «Решение обыкновенных дифференциальных уравнений численными методами».</p> <p>Найти с точностью до 0,001 решение дифференциального уравнения <math>y' = 1 + 0,2y * \sin x - y^2</math>, удовлетворяющего начальному условию <math>y(0) = 0</math>, методами: методы Эйлера, Рунге-Кутте и Адамса с точностью <math>10^{-4}</math>. Построить приближенную интегральную кривую. Начальный отрезок определить методом Рунге-Кутта.</p>
<p>4. Индивидуальное задание по теме «Решение простейших уравнений в частных производных»</p> <p>1. Найти решение ДУ в частных производных:</p> <p>1) <math>\frac{\partial z(x,y)}{\partial x} = 5y</math>, 2) <math>\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial y^2} = 2y - x</math>, 3) <math>\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial y \partial x} = 3 - x</math>, 4) <math>xz_{xy} + z_y = 0</math>.</p>

2. Определить, какие из уравнений являются линейными (однородными, неоднородными), какие – нелинейными (квазилинейными):

$$1) 3u_{xy} + 5u_{xx} - 3u_y + u_x + x = 0, \quad 2) u_{xy}u_{xx} - 3u_{yy} - 6xu_y + xuy = 0, \quad 3) u_{xy} + u_y + u^2 - xy = 0, \quad 4) 2xu_{xy} - 6\frac{\partial}{\partial x}(u^2 - xy) + u_{yy} = 0, \quad 5) \frac{\partial}{\partial y}(uy_y + u_x^2) - 3u_xu_{xy} + u_x - 6u = 0.$$

3. Определить тип уравнения и найти его общий интеграл:

$$1) \frac{1}{x}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{y}\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad 2) x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 1.$$

$$4. \text{ Найти решение уравнения } y\frac{\partial u}{\partial x} - x\frac{\partial u}{\partial y} = y^2 - x^2, \text{ удовлетворяющее условию } u(0, y) = \frac{1}{y^2}.$$

5. Индивидуальное задание по теме «Решение уравнения теплопроводности численным методом»

Используя метод сеток, решить смешанную задачу для уравнения теплопроводности  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial^2 x}$  при заданных начальных условиях  $u(x, 0) = f(x)$ ,  $u(0, t) = \varphi(t)$ ,  $u(0, 6, t) = \psi(t)$ .  $x \in [0; 0,6]$ . Решение выполнить при  $h = 0,1$  для  $t \in [0; 0,01]$ , считая  $\sigma = 1/6$ .

### Тематика контрольных работ

1. Контрольная работа «Дифференциальные уравнения 1-го порядка».

*Примерный вариант*

- 1) Найти общее решение ДУ  $y' = \sqrt{\frac{y^2 - 121x^2}{x^2}} + \frac{y}{x}$ .
- 2) Найти частное решение ДУ  $y' - 14y = e^{27x}$ ,  $y(0) = 1$ .
- 3) Найти общее решение ДУ  $(3x - 2y^2)dx + (1 - 4yx)dy = 0$ .
- 5) Найти уравнение кривой, проходящей в точке  $(0,5; -1)$ , если длина отрезка полуоси абсцисс, отсекаемого её касательной, равна квадрату абсциссы точки касания.
- 6) Найти общее решение ДУ  $(2x + y + 1)dx + (x + 2y - 1)dy = 0$ .
- 7) Построить методом изоклин решения ДУ  $y' = x - y$ .

2. Контрольная работа «Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Системы ДУ».

*Примерный вариант*

- 1) Найти решение задачи Коши  $y'' = y' \ln y$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -1$ .

- 2) Решить нормальную однородную систему тремя способами:  $\begin{cases} \dot{x} = 4x - y \\ \dot{y} = -2x + 5y \end{cases}$ .

- 3) Исследовать на устойчивость решения системы уравнений  $\begin{cases} \dot{x} = -2x - 4y \\ \dot{y} = x - 2y \end{cases}$ .
- 4) Найти общее решение уравнения:  $y'' - 4y' + 5y = x + 1$ .
- 5) Найти общее решение уравнения:  $y'' - 2y' + y = \operatorname{tg} x$ .
- 6) Указать вид частного решения:  $y'' - 4y' = xe^{4x}$ .

3. Контрольная работа «Волновое уравнение математической физики».

*Примерный вариант*

1. Найти решение уравнения  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 64 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ , удовлетворяющее начальным условиям

$$u(x, t)|_{t=0} = \sin 8x, \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}|_{t=0} = 4.$$

2. Найти решение уравнения  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ , удовлетворяющее начальным условиям

$$u(x, t)|_{t=0} = 0, \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}|_{t=0} = \cos 2x \text{ и граничному условию } u(0, t) = 0.$$

3. Найти решение уравнения  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ , удовлетворяющее начальным условиям

$$u(x, t)|_{t=0} = x^2 + x + 1, \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}|_{t=0} = 0 \text{ и граничному условию } \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}|_{x=0} = 0.$$

4. Струна закреплена на концах  $x = 0, x = 3$ . В начальный момент времени форма струны имеет вид ломаной  $OAB$ , где  $O(0,0), A(2, -0.1), B(3,0)$ . Найти форму струны в любой момент времени и в момент времени  $t = 10$  мин, если начальные скорости точек отсутствуют.

4. Контрольная работа «Уравнение теплопроводности».

*Примерный вариант*

1. Найти решение уравнения  $\frac{\partial u}{\partial t} = 9 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ , удовлетворяющее начальному условию

$$u(x, t)|_{t=0} = \varphi(x) = \begin{cases} 2, & 1 \leq x \leq 2, \\ x, & 2 < x \leq 4, -\infty < x < +\infty. \\ 0, & x > 4, x < 1 \end{cases}$$

2. Концы стержня длиной  $l = 100$  см поддерживаются при температуре, равной нулю.

Определить температуру  $u(x, t)$  в точках стержня для любого момента времени  $t$ , если

$$\text{известно начальное распределение температуры: } u(x, t)|_{t=0} = \begin{cases} \frac{x}{5}, & 0 \leq x \leq 25, \\ \frac{100}{15} - \frac{x}{15}, & 25 < x \leq 100 \end{cases}.$$

3. Концы стержня длиной  $l = 15$  см поддерживаются при температуре, равной нулю.

Коэффициент температуропроводности  $a^2 = 4$ . Определить температуру  $u(x, t)$  в точках стержня для любого момента времени  $t$ , если известно начальное распределение температуры:  $u(x, t)|_{t=0} = 5 \sin \frac{\pi x}{15} - 2 \sin \frac{3\pi x}{15}$ .

4. Найти решение уравнения  $\frac{\partial u}{\partial t} = 16 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ , удовлетворяющее граничным условиям

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \text{ и начальному условию } u(x, 0) = 5 \sin 3x.$$

5. Найти решение уравнения  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ , где  $0 < x < 3, t > 0$ , удовлетворяющее

$$\text{начальному условию } u(x, t)|_{t=0} = x, \text{ и граничным условиям } \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0} = \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=3} = 0.$$

2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Для формирования базы освоения компетенций дисциплины студентам предлагается подготовиться по следующему перечню вопросов, выносимых на экзамен.

№ п./п.	Вопросы к экзамену
------------	--------------------

1	Определение дифференциального уравнения, порядка ДУ, решения, общего решения, общего интеграла, частного решения, начальных условий. Простейшее ДУ.
2	Формулировка теоремы Коши. Геометрический смысл частных решений д.у. Основное свойство общего решения. Возможные и особые решения.
3	Изоклины. Метод изоклин.
4	Определение и решение ДУ 1 порядка с разделяющимися переменными.
5	Определение и решение однородных ДУ 1 порядка.
6	Определение линейного ДУ 1 порядка. Решение методами Бернулли и Лагранжа.
7	Определение и решение уравнения Бернулли. Решение методами Бернулли и подстановки.
8	Определение и решение уравнения в полных дифференциалах.
9	Определение и решение уравнения, сводящегося к однородному.
10	Определение и решение уравнения Лагранжа.
11	Определение и решение уравнения Клеро.
12	Численные методы решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений (задача Коши) методом Эйлера, Адамса, Рунге-Кутте.
13	Дифференциальные уравнения высших порядков: определение общего решения, задача Коши. Формулировка теоремы существования единственности решения. Частные случаи. Определитель Вронского.
14	Частные случаи уравнений 2 порядка, решаемых методом понижения порядка.
15	Частные случаи уравнений $n$ -го порядка, решаемых методом понижения порядка.
16	Основные понятия линейных ДУ 2 порядка. Свойства линейных однородных уравнений. Структура линейного однородного уравнения. Лемма об основном свойстве общего решения. Линейные однородные уравнения 2 порядка. Формула общего решения.
17	Однородные линейные уравнения 2 порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение в зависимости от корней характеристического уравнения: корни действительные различные и равные, комплексные сопряженные.
18	Неоднородные линейные уравнения 2 порядка с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов. Формулировка теоремы о решении ДУ с правой частью в виде суммы функций.
19	Неоднородные линейные уравнения 2 порядка с постоянными коэффициентами. Метод Лагранжа.
20	Линейные ДУ $n$ -го порядка. Общее решение однородного уравнения. Условие линейной независимости частных решений. Теорема об общем решении неоднородного уравнения. Определитель Вронского. Линейные ДУ $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
21	Нормальные системы д.у. Определение общего решения. Приведение систем и уравнений к нормальной системе. Сведение нормальной системы к дифференциальному уравнению.
22	Нормальные системы д.у. Задача Коши. Формулировка теоремы существования единственности решения. Механическая и геометрическая иллюстрация решений системы д.у. Общее решение неоднородной нормальной системы линейных уравнений.
23	Нормальные однородные системы линейных д.у. с постоянными коэффициентами. Вывод характеристического уравнения. Нахождение общего решения методом неопределенных коэффициентов.
24	Нормальные однородные системы линейных д.у. с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.

25	Понятие устойчивости решения. Асимптотическая устойчивость. Траектории решений системы. Нахождение направлений движения по траекториям.
26	Устойчивость решений линейных однородных систем ДУ. Основные теоремы. Теорема Рауса-Гурвица.
27	Простейшие ДУ с частными производными и методы их решения. Свои примеры.
28	Уравнения с частными производными 1-го порядка. Понятие характеристики квазилинейного уравнения 1-го порядка.
29	Интегрирование линейных уравнений 1-го порядка. Интегрирование квазилинейных уравнений 1-го порядка. Задача Коши для квазилинейных уравнений 1-го порядка.
30	Понятие характеристической формы и классификация линейных уравнений второго порядка.
31	Начальные и краевые условия. Понятие о краевых задачах. Основные типы краевых задач.
32	Основные уравнения математической физики: волновое. Теплопроводности, эллиптическое.
33	Физические задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Смешанная задача (конечная струна) и ее решение методом разделения переменных (методом Фурье).
34	Физические задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Решение задачи Коши для одномерного однородного уравнения колебаний (метод Даламбера).
35	Физические задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Уравнение теплопроводности.
36	Решение задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности (бесконечный, полубесконечный и ограниченный стержень) методом Фурье.
37	Решение уравнения теплопроводности численным методом - методом сеток. Конечноразностные схемы решения краевой задачи для уравнения теплопроводности. Явные и неявные схемы. Сходимость, устойчивость.
36	Физические задачи, приводящие к уравнениям эллиптического типа.

### **1. Критерии оценки выполнения индивидуального задания**

От 3 до 4 баллов выставляется студенту, если по итогам он решил правильно больше, чем половину заданий.

От 0 до 2 баллов выставляется студенту, если он решил правильно половину или менее, чем половину заданий.

### **2. Критерии оценки выполнения контрольной работы**

От 6 до 10 баллов выставляется студенту, если по итогам он решил правильно больше, чем половину заданий.

От 0 до 5 баллов выставляется студенту, если он решил правильно половину или менее, чем половину заданий.

### **3. Критерии оценки знаний на экзамене**

Ответ на экзамене оценивается от 20 (минимум) до 40 баллов (максимум). Это может быть:

1) экзаменационный тест из 18-22 заданий, 2) экзаменационный билет, содержащий два теоретических вопроса (максимум по 15 баллов) и одну задачу (максимум 10 баллов),

преподаватель может задать дополнительные три вопроса. Студент, набравший менее 20 баллов, получает в итоге за экзамен 0 баллов.

### **5.3 Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования**

Шкала оценивания компетенций:

Оценка в 100-балльной шкале	Оценка в 5-ти балльной шкале	Уровень сформированности компетенций
0-54 баллов	неудовлетворительно (не засчитено)	недостаточный
55-69 баллов	удовлетворительно (засчитено)	базовый
70-85 баллов	хорошо (засчитено)	повышенный
86-100 баллов	отлично (засчитено)	

Критерии оценивания компетенций:

Индикаторы достижения компетенций	Критерии оценивания компетенций		
	Недостаточный уровень	Базовый уровень	Повышенный уровень

<p><b>ИОПК2.1</b></p> <p>Осуществляет выбор и адаптацию математических методов и систем программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.</p>	<p>Не знает основные определения; не владеет понятийным аппаратом; испытывает затруднения при выборе метода для решения задач в области профессиональной деятельности.</p> <p>Не умеет формулировать конкретную задачу исследования; не умеет интегрировать дифференциальные уравнения.</p> <p>Не владеет навыками использования теоретических знаний и практических умений для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.</p> <p>Испытывает серьезные затруднения при осуществлении выбора и адаптации математических методов решения ДУ для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.</p>	<p>Знает в основном основные теоремы, определения, формулы; типы обыкновенных дифференциальных уравнений, системы дифференциальных уравнений и методы их решения; основные уравнения математической физики и методы их решения в объеме, необходимом для решения прикладных задач.</p> <p>Владеет в основном навыками использования базовых теоретических знаний и практических умений в рамках программы; в соответствии с заданием применяет методы решения для выполнения типового задания, в котором очевиден способ решения.</p> <p>Демонстрирует умение осуществлять выбор и адаптацию методов решения дифференциальных уравнений систем ОДУ для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.</p>	<p>Хорошо знает и понимает материал дисциплины, свободно владеет математической символикой, понятийным аппаратом, методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем, уравнений математической физики. Умеет находить общие и частные решения дифференциальных уравнений и их систем, исследовать на устойчивость; интегрировать основные уравнения математической физики. Самостоятельно и грамотно осуществляет выбор и адаптацию методов решения дифференциальных уравнений, систем дифференциальных уравнений для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач, в том числе в новой или нестандартной ситуации.</p>
---	--	---	--

## Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Дифференциальные уравнения»

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Дифференциальные уравнения» являются лекции, причем в достаточно большом объеме. Это связано с тем, что в основе дисциплины лежит особый математический аппарат, с помощью которого решаются довольно сложные и громоздкие задачи. Побольшинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам и отработке навыков работы с математическим аппаратом дифференциальных уравнений.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы дифференциальных уравнений. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз прорабатывать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть удалено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы с аппаратом дифференциальных уравнений, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде контрольных работ в обоих семестрах изучения дисциплины. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий, которые вызвали затруднения.

В конце первого семестра изучения дисциплины студенты сдают зачет, в конце всего курса – экзамен. Зачет по итогам первого семестра выставляется по итогам контрольных работ. Экзамен принимается по экзаменацонным билетам, каждый из которых включает в себя два теоретических вопроса. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» самостоятельно студенту крайне сложно. Это связано со сложностью изучаемого материала и большим объемом курса. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать зачет и экзамен по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.

### **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине**

Для самостоятельной работы рекомендуется использовать учебную литературу, содержащую материалы и упражнения по курсу дифференциальных уравнений. Литературу с разобранными методами решений дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, а также примерами их решений. К таким можно отнести следующие издания:

1. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям, М.: Наука, 1992.
2. Глызин, С. Д. Практикум по курсу обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / С. Д. Глызин, А. О. Толбей; Яросл. гос. ун-т. им. П. Г. Демидова – Ярославль: ЯрГУ, 2011.
3. Понtryгин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения, М.: Наука, 1982.
4. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений, М.: Физматгиз, 1959.

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

**1. Международный научно-образовательный сайт EqWorld.** Сайт EqWorld содержит обширную информацию о различных классах обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), дифференциальных уравнений с частными производными (УрЧП), интегральных уравнений, функциональных уравнений и других математических уравнений. Приведены [таблицы точных решений](#), описаны [методы решения уравнений](#), есть [интересные статьи](#), даны ссылки на математические программы, указаны адреса научных сайтов, издательств, журналов и др. Имеется динамический раздел [EqArchive](#), который дает возможность авторам оперативно публиковать свои уравнения и их точные решения, первые интегралы и преобразования. Содержит учебную [физико-математическую библиотеку](#), в которую авторы могут добавлять свои [книги и диссертации](#), а также [форум](#) для вопросов и дискуссий.

EqWorld работает на [русском](#) и [английском](#) языках (главная стр. сайта переведена также на [немецкий](#), [французский](#), [итальянский](#) и [испанский](#) языки) и предназначен для широкого круга ученых, преподавателей вузов, инженеров, аспирантов и студентов в различных областях математики, механики, физики, химии, биологии и инженерных наук. Все ресурсы сайта являются бесплатными для его пользователей.

EqWorld содержит около 2000 веб-страниц (книги библиотеки не учитываются), его посещают люди из 200 стран мира, средняя посещаемость сайта превышает 3000 человек в сутки. Адреса сайта в Интернете: <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm> (рус.), <http://eqworld.ipmnet.ru> (англ.).

**2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru))** - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

**3. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://window.edu.ru/library>).**

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно") является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования.

Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" создана по заказу Федерального агентства по образованию в 2005-2008 гг. Головной разработчик проекта - Федеральное государственное автономное учреждение Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций (ФГАУ ГНИИ ИТТ "Информика") [www.informika.ru](http://www.informika.ru).

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

**1.Личный кабинет** ([http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_login.php](http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php)) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

**2.Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ**

([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

**3.Электронная картотека «Книгообеспеченность»**

([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_bookreq\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.