


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра дискретного анализа

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета ИВТ
 Д.Ю. Чалый
« 23 » мая 2023 г.

Рабочая программа дисциплины
«Математика»

Направление подготовки
09.03.03 Прикладная информатика

Направленность (профиль)
«Информационные технологии в цифровой экономике»

Форма обучения
очная

Программа одобрена
на заседании кафедры
от «11» апреля 2023 г.,
протокол № 4

Программа одобрена НМК
Факультета ИВТ
протокол № 6 от
«28» апреля 2023 г.

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Целью дисциплины «Математика» является изучение основ математического анализа, объединяющих теорию действительного числа, теорию пределов, теорию рядов, дифференциальное и интегральное исчисление и их непосредственные приложения.

Данная дисциплина обеспечивает развитие логического, эвристического и алгоритмического мышления и даёт представление о месте и роли математики в современном мире, мировой культуре и истории.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части ОП бакалавриата. Математический анализ необходим при изучении дисциплин базовой части профессионального цикла таких, как: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дифференциальные модели», «Численные методы». Студент первого курса, приступая к изучению математического анализа, должен иметь вполне определенную базовую подготовку по курсу математики за среднюю школу, и, в частности, хорошие знания по теме «Элементарные функции, их свойства и графики».

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Общепрофессиональные компетенции		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Осуществляет системный анализ задачи, выделяя ее базовые составляющие УК-1.2 Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	Знать: - методы дифференциального и интегрального исчисления; Уметь: - подбирать непрерывную математическую модель для решения соответствующей задачи; Владеть навыками: - изучения моделей математического анализа.

<p>ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;</p>	<p>ОПК-1.1 Рассматривает различные решения и анализирует принятое решение. ОПК-1.2. Демонстрирует навыки решения типовых задач, выполнения стандартных действий ОПК-1.3 демонстрирует навыки использования основных понятий, концепций, фактов, принципов математики, информатики, естественных наук для решения практических задач, связанных с применением математических и (или) естественных наук</p>	<p>Знать: - методы дифференциального и интегрального исчисления; Уметь: - подбирать непрерывную математическую модель для решения соответствующей задачи; Владеть навыками: - изучения моделей математического анализа.</p>
---	---	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 10 зачетных единиц, 360 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Се ме стр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)					самос тояте льная работ а	Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лек ции	пр акт ич еск ие	ла бо рат ор ны е	ко нс ул ьта ци и	атт ест аци онн ые исп ыта ния		
1	Числовые последовательности. Предел последовательности	1	7	14		1		5	Задания для самостоятельной работы
2	Функции одной переменной, их пределы. Непрерывность функции.	1	7	14		1		5	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							4	
3	Производные и дифференциалы	1	7	14		1		5	Контрольная работа
4	Исследование функции с помощью производных	1	7	14		1		5	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>					1		4	
5	Неопределенный интеграл	1	6	12		2		7	Контрольная работа
		1							Экзамен
	Итого за 1 семестр		34	68		7	0,5	35	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							8	
6	Понятие дифференциального уравнения.	2	7			1		9	
7	Определённый интеграл. Несобственные интегралы.	2	7			1		9	Контрольная работа
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							7	
8	Числовые ряды.	2	7			1		9	Задания для самостоятельной работы
9	Функциональные ряды.	2	7			2		9	Контрольная работа
10	Функции нескольких переменных.	2	6			2		9	
		2							Экзамен
	Итого за 2 семестр		34	51		7	0,5	52	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							7	
	ИТОГО		68	119		14	1	87	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							15	

Содержание разделов дисциплины

1. Числовые последовательности. Предел последовательности

1.1. Числовые последовательности. Определение предела последовательности, примеры. Вычисление пределов.

1.2. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства. Теоремы об арифметических операциях над сходящимися последовательностями.

1.3. Теорема о существовании предела у монотонной ограниченной последовательности. Число e .

2. Функции одной переменной и их пределы. Непрерывность функции

2.1. Функции одной переменной. Предел на бесконечности, односторонние пределы в точке, бесконечный предел. Определение предела функции в точке.

2.2. Первый и второй замечательные пределы. Следствия.

2.3. Бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых. Арифметические свойства пределов.

2.4. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции. Свойства непрерывных функций.

3. Производные и дифференциалы

3.1. Дифференцируемость функции в точке. Графический смысл. Определение производной функции в точке. Геометрический и физический смысл производной.

3.2. Производные элементарных функций. Производная сложной функции. Правила дифференцирования. Дифференцирование показательных-степенных выражений.

3.3. Теоремы о среднем. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя.

3.4. Определение дифференциала функции. Старшие производные. Формула Тейлора. Разложение функции по формуле Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Примеры.

4. Исследование функции с помощью производных

4.1. Условие монотонности функции. Условие строгой монотонности функции. Экстремумы функции, определения, необходимые и достаточные условия. Наибольшие и наименьшие значения функции.

4.2. Выпуклые и вогнутые функции. Определения. Необходимые и достаточные условия выпуклости функции. Точки перегиба.

4.3. Асимптоты. Построение графика функции.

5. Неопределенный интеграл

5.1. Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Основные свойства первообразной и неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.

5.2. Метод замены переменной. Примеры. Метод интегрирования по частям. Примеры.

5.3. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование простейших дробей. Теорема о разложении дроби в сумму простейших дробей. Определений коэффициентов.

5.4. Интегрирование выражений, содержащих рациональные функции от $\sin x$, $\cos x$. Универсальная тригонометрическая подстановка.

6. Понятие дифференциального уравнения

6.1. Понятие дифференциального уравнения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения 1 порядка.

6.2. Линейные дифференциальные уравнения.

7. Интегральное исчисление функции одной переменной. Определенный интеграл. Несобственные интегралы

7.1. Определенный интеграл Римана, определение, необходимое условие интегрируемости. Основные классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла.

7.2. Простейшие оценки интегралов. Интеграл с переменным верхним пределом, его дифференцируемость. Формула Ньютона - Лейбница.

7.3. Формула замены переменной в определенном интеграле. Метод интегрирования по частям. Применение определенного интеграла. Приближенное вычисление определенного интеграла.

7.4. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Определение. Сходимость интегралов в случае положительных функций (теоремы сравнения). Несобственные интегралы от неограниченных функций. Определение. Примеры.

8. Числовые ряды

8.1. Сходимость числового ряда. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости числового ряда.

8.2. Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: интегральный признак, признак сравнения, признаки Даламбера и Коши.

8.3. Знакопередающиеся числовые ряды, признак сходимости Лейбница.

9. Функциональные ряды

9.1. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Интервал сходимости и радиус сходимости степенного ряда. Вычисление радиуса сходимости.

9.2. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании степенных рядов. Ряд Тейлора. Основные примеры разложения функций в ряд Тейлора.

10. Функции многих переменных

10.1. Функции многих переменных. Предел функции в точке, непрерывность и дифференцируемость функции нескольких переменных. Частные производные.

10.2. Производные высших порядков. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума.

10.3. Многомерный интеграл Римана. Свойства кратных интегралов. Сведение кратного интеграла к повторному..

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

Электронный учебный курс «Математика» в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ, в котором:

- представлены задания для самостоятельной работы обучающихся по темам дисциплины;
- осуществляется проведение отдельных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов;
- представлены тексты лекций по отдельным темам дисциплины;
- представлены правила прохождения промежуточной аттестации по дисциплине;
- представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;
- представлена информация о форме и времени проведения консультаций по дисциплине в режиме онлайн;
- посредством форума осуществляется синхронное и (или) асинхронное взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Тер-Крикоров, А. М., Курс математического анализа : учеб. пособие для вузов / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. - 5-е изд., М., БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013, 672с
2. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г. Н. Берман. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 492 с. — ISBN 978-5-507-46033-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/295943>

3. Сборник задач для самостоятельного решения по теме "Предел функции" / сост. А. Н. Максименко, А. Н. Морозов ; Яросл. гос. ун-т. - 2-е изд., перераб. и доп., Ярославль, ЯрГУ, 2009, 47с

4. Сборник задач для самостоятельного решения по теме "Предел функции" [Электронный ресурс] / сост. А. Н. Максименко, А. Н. Морозов ; Яросл. гос. ун-т. - 2-е изд., перераб. и доп., Ярославль, ЯрГУ, 2009, 47с <http://www.lib.uni Yar.ac.ru/edocs/iuni/20090404.pdf>

б) дополнительная литература

1. Кудрявцев, Л. Д., Краткий курс математического анализа : учеб. пособие для вузов. Т.1 : Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной. Ряды. - 3-е изд., перераб., М., ФИЗМАТЛИТ, 2002, 399с

2. Кудрявцев, Л. Д., Краткий курс математического анализа : учеб. пособие для вузов. Т.2 : Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных. Гармонический анализ. - 3-е изд., перераб., М., Физматлит, 2002, 424с.

3. Кудрявцев, Л. Д. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды / Кудрявцев Л. Д. , Кутасов А. Д. , Чехлов В. И. , Шабунин М. И. - 2-е изд. , перераб. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 504 с. - ISBN 978-5-9221-0307-7. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL :

<https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922103077.html>

4. Кудрявцев, Л. Д. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость : Учеб. пособ. / Кудрявцев Л. Д. , Кутасов А. Д. , Чехлов В. И. , Шабунин М. И. ; Под ред. Л. Д. Кудрявцева. - 2-е изд. , перераб. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 496 с. - ISBN 978-5-9221-0306-0. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922103060.html>

5. Кудрявцев, Л. Д. Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных : учебное пособие / Кудрявцев Л. Д. , Кутасов А. Д. , Чехлов В. И. , Шабунин М. И. ; Под ред. Л. Д. Кудрявцева. - 2-е изд. , перераб. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 472 с. - ISBN 5-9221-0308-3. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL :

<https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922103083.html>

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор:

Доцент кафедры

дискретного анализа, к.ф.-м.н. А.Н. Морозов

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины
«Математика»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,
используемые в процессе текущего контроля успеваемости**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,
используемые в процессе текущей аттестации**

Задания для самостоятельной работы

Задания по теме № 1 «Числовые последовательности. Предел последовательности»:

1. Раздел 1.1: задания для самостоятельного решения № 86-101 из учебного пособия Максименко А.Н., Морозов А.Н. Сборник задач для самостоятельного решения по теме "Предел функции". - 2-е изд., перер. и доп. - Ярославль: ЯрГУ, 2009.
2. Раздел 1.2: задания для самостоятельного решения № 101-167 из учебного пособия Максименко А.Н., Морозов А.Н./ ЯрГУ, 2009.
3. Раздел 1.3: задания для самостоятельного решения № 167-182 из учебного пособия Максименко А.Н., Морозов А.Н./ ЯрГУ, 2009.

Критерии оценивания

Оценка	Критерии
Отлично	УК-1. Разрабатывает соответствующий каждой задаче способ решения. Присутствуют все необходимые этапы исследования. Каждый метод решает только одну задачу.
Хорошо	УК-1 Разрабатывает для каждой задаче способ решения. Присутствуют основные этапы исследования. Не всегда учтены индивидуальные особенности выражений.
Удовлетворительно	УК-1 Разрабатывает для большинства задач способ решения. Присутствуют некоторые этапы исследования. Не учтены индивидуальные особенности выражений.
Неудовлетворительно	УК-1 Для большинства задач не найден способ решения. Отсутствуют основные этапы построения. Не учтены индивидуальные особенности выражений.

Задания по теме № 8 «Числовые ряды»

1. Раздел 8.1.: задания № 2727-2736 из учебного пособия Берман Г.Н. / СПб.: Лань, 2016.
2. Раздел 8.2.: задания № 2737-2783 из учебного пособия Берман Г.Н. / СПб.: Лань, 2016.
3. Раздел 8.3.: задания № 2790-2799 из учебного пособия Берман Г.Н. / СПб.: Лань, 2016.

Критерии оценивания

Оценка	Критерии
Отлично	УК-1. Разрабатывает соответствующий каждой задаче способ решения. Присутствуют все необходимые этапы исследования. Каждый метод решает только одну задачу.
Хорошо	УК-1 Разрабатывает для каждой задаче способ решения. Присутствуют основные этапы исследования. Не всегда учтены индивидуальные особенности выражений.
Удовлетворительно	УК-1 Разрабатывает для большинства задач способ решения. Присутствуют некоторые этапы исследования. Не учтены индивидуальные особенности выражений.
Неудовлетворительно	УК-1 Для большинства задач не найден способ решения. Отсутствуют основные этапы построения. Не учтены индивидуальные особенности выражений.

Типовой вариант контрольной работы №1

Задание	Ответ
1. Найти предел последовательности: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{n+1} \right)$.	-1
2. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{3x-1}$.	0

3. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos 2x}{x^2}$.	4
4. Вычислить y' , если $y = \cos(x^x)$.	$y' = \cos(x^x) (\ln \cos x - x \cdot \operatorname{tg} x)$
5. Под каким углом пересекаются графики функций $y = \frac{x^2}{2}$ и $y = \frac{1}{1+x}$?	$\frac{\pi}{4} + \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$
6. Найти предел функции, используя правило Лопиталья: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(e^{x-1} - 1)}{\ln x}$.	1

Критерии оценивания

Оценка	Критерии
Отлично	УК-1. Разрабатывает соответствующий каждой задаче способ решения. Присутствуют все необходимые этапы исследования. Каждый метод решает только одну задачу.
Хорошо	УК-1 Разрабатывает для каждой задаче способ решения. Присутствуют основные этапы исследования. Не всегда учтены индивидуальные особенности выражений.
Удовлетворительно	УК-1 Разрабатывает для большинства задач способ решения. Присутствуют некоторые этапы исследования. Не учтены индивидуальные особенности выражений.
Неудовлетворительно	УК-1 Для большинства задач не найден способ решения. Отсутствуют основные этапы построения. Не учтены индивидуальные особенности выражений.

Типовой вариант контрольной работы № 2

Для данной функции $f(x)$ вычислить $\int f(x) dx$.

Задание	Ответ
1. $1 + \sqrt[3]{4x+5}$ $4x+5$	$\frac{3}{4} \sqrt[3]{4x+5} + \frac{1}{4} \ln(4x+5) + C$

2.	$x(2x-3)^6$	$\frac{1}{32}(2x-3)^8 + \frac{3}{28}(2x-3)^7 + C$
3.	$\operatorname{tg} 2x \sin^2 x$	$\frac{1}{4}(\ln \cos 2x - \cos 2x) + C$
4.	$\cos^5 2x$	$\frac{1}{2} \left(\sin 2x - \frac{2}{3} \sin^3 2x + \frac{1}{5} \sin^5 2x \right) + C$
6.	$x \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)$	$\frac{1}{2} \left(x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) + \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \ln(1+x) \right) + C$
7.	e^{-x+1}	$-e^{-x+1} (x+1+1) + C$

Критерии оценивания

Оценка	Критерии
Отлично	УК-1. Разрабатывает соответствующий каждой задаче способ решения. Присутствуют все необходимые этапы исследования. Каждый метод решает только одну задачу.
Хорошо	УК-1 Разрабатывает для каждой задаче способ решения. Присутствуют основные этапы исследования. Не всегда учтены индивидуальные особенности выражений.
Удовлетворительно	УК-1 Разрабатывает для большинства задач способ решения. Присутствуют некоторые этапы исследования. Не учтены индивидуальные особенности выражений.
Неудовлетворительно	УК-1 Для большинства задач не найден способ решения. Отсутствуют основные этапы построения. Не учтены индивидуальные особенности выражений.

Типовой вариант контрольной работы №3

(1–3) Для данной функции $f(x)$ вычислить определённый интеграл на заданном отрезке.

Задание	Ответ
1. $\frac{x+6}{(x^2+4)(x^2+3x+2)}$ на $[0;1]$	$\ln \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$

2. $x^2 \ln(1+x)$ на $[0;1]$	$\frac{1}{3} \left(\ln 4 - \frac{5}{6} \right)$
3. $\frac{1}{8 \cos^2 x + 1}$ на $[0; \frac{\pi}{4}]$	$\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{1}{3}$

(4–5) Исследовать интеграл на сходимость

4. $\int_0^4 \frac{dx}{x + \sqrt[3]{x}}$	Сходится по признаку сравнения
5. $\int_1^{\infty} \frac{e^{-x} \cos 5x}{1+x} dx$	Сходится по признаку сравнения

Критерии оценивания

Оценка	Критерии
Отлично	УК-1. Разрабатывает соответствующий каждой задаче способ решения. Присутствуют все необходимые этапы исследования. Каждый метод решает только одну задачу.
Хорошо	УК-1 Разрабатывает для каждой задаче способ решения. Присутствуют основные этапы исследования. Не всегда учтены индивидуальные особенности выражений.
Удовлетворительно	УК-1 Разрабатывает для большинства задач способ решения. Присутствуют некоторые этапы исследования. Не учтены индивидуальные особенности выражений.
Неудовлетворительно	УК-1 Для большинства задач не найден способ решения. Отсутствуют основные этапы построения. Не учтены индивидуальные особенности выражений.

Типовой вариант контрольной работы № 4

(1–3) Исследовать на сходимость числовые ряды.

1. $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k \cdot \ln k}$	Расходится по интегральному признаку
--	--------------------------------------

2. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k!+1}$	Сходится по признаку Даламбера
3. $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\ln k}$	Сходится по признаку Лейбница

(4-5). Найти область сходимости степенного ряда

4. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{k+1} x^{k-1}$	$(-1; 1)$
5. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\ln(k+1)}{k} (x-1)^k$	$[0; 2)$

Критерии оценивания

Оценка	Критерии
Отлично	УК-1. Разрабатывает соответствующий каждой задаче способ решения. Присутствуют все необходимые этапы исследования. Каждый метод решает только одну задачу.
Хорошо	УК-1 Разрабатывает для каждой задаче способ решения. Присутствуют основные этапы исследования. Не всегда учтены индивидуальные особенности выражений.
Удовлетворительно	УК-1 Разрабатывает для большинства задач способ решения. Присутствуют некоторые этапы исследования. Не учтены индивидуальные особенности выражений.
Неудовлетворительно	УК-1 Для большинства задач не найден способ решения. Отсутствуют основные этапы построения. Не учтены индивидуальные особенности выражений.

Список вопросов к экзамену за первый семестр

- Числовые последовательности, их графическое изображение. Предел последовательности. Графический смысл предела. Неравенство Бернулли и его следствия.
- Теорема о трех последовательностях. Примеры.
- есконечно малые последовательности. Их свойства. Критерий существования предела. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями над последовательностями.

4. Теорема о существовании предела у ограниченной монотонной последовательности. Определение числа "ε" (существование соответствующего предела).
5. Общее определение функции. Сложная функция. Предел функции на бесконечности. Односторонние пределы функции в точке. Предел функции в точке. Непрерывность функции в точке.
6. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
7. Бесконечно малые функции. Их свойства. Арифметические свойства пределов (непрерывных функций).
8. Теорема о пределе сложной функции. Следствия замечательных пределов.
9. Непрерывность функции на интервале. Метод логарифмирования при вычислении пределов.
10. Дифференцируемость функции в точке. Геометрический смысл. Производная функции в точке.
11. Таблица простейших производных.
14. Формула для производной произведения двух функций.
15. Формула для производной частного двух функций.
16. Теорема о дифференцируемости сложной функции (формулировка) и её следствия.
17. Правило Лопиталя (2 случая с доказательствами).
18. Теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа.
19. Производные старших порядков. Разложение (теорема) Тейлора.
20. Неопределенный интеграл и первообразная функция. Таблица основных интегралов.
21. Замена переменной при вычислении неопределенного интеграла.
22. Формула интегрирования по частям для неопределенного интеграла.
23. Интегрирование рациональных функций.
24. Вычисление интегралов от тригонометрических функций.

Список вопросов к экзамену за второй семестр

1. Понятие определённого интеграла. Свойства определённого интеграла.
2. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Примеры функций, первообразные от которых не выражаются через элементарные функции.
3. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле.
4. Понятие дифференциального уравнения. Задача Коши. Уравнения с разделяющимися переменными и метод их решения.
5. Линейные дифференциальные уравнения.
6. Понятие несобственного интеграла. Сходимость. Теорема сравнения для несобственных интегралов от неотрицательных функций.
7. Понятие числового ряда, сходимость. Необходимое условие сходимости.
8. Ряды с неотрицательными слагаемыми. Признаки сходимости: интегральный, сравнения, Даламбера, Коши.
9. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница.
10. Понятие степенного ряда. Область сходимости, радиус сходимости степенного ряда (в т.ч. теорема Абеля). Вычисление радиуса сходимости.
11. Теорема о почленном интегрировании и дифференцировании степенного ряда. Единственность разложения в степенной ряд. Применение теоремы для нахождения сумм числовых рядов.
12. Понятие функции нескольких переменных. График функции двух переменных. Предел в точке.
13. Дифференцируемость функции двух переменных в точке. Геометрический смысл. Частные производные.

14. Необходимое условие экстремума функции двух переменных. Достаточное условие экстремума функции двух переменных.
15. Кратный интеграл Римана. Свойства. Вычисление двойных интегралов от функций, заданных на прямоугольниках и на криволинейных трапециях.

Типовой вариант экзаменационной работы

1. Дать определение предела последовательности. Сформулировать теорему о «трёх последовательностях». Найти

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt[n]{\frac{n^2 - 1}{2n^2 + 1}} \right).$$

2. Дать определение монотонной последовательности. Доказать, что последовательность $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ является возрастающей.

3. Сформулировать и доказать «первый замечательный предел».

4. Дать определение непрерывности функции в точке. Сформулировать «второй замечательный предел» и основные его следствия. Исследовать на непрерывность в точке $x = 0$ функцию

$$f(x) = \begin{cases} -e, & x = 0 \\ \sqrt{\frac{e^{\cos 2x} - e}{x^2}}, & x \neq 0 \end{cases}$$

5. Сформулировать теорему о замене переменной в неопределённом интеграле. Найти

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos x} dx$$

Критерии оценивания

Номер задания	Критерии	Шкала оценивания в баллах
1	УК-1. Владеть навыками изучения моделей математического анализа	3- студент полностью выполнил поставленную задачу ; 2 – студент допустил небольшие неточности в формулировках и/или ошибки в вычислениях; 1 – студент написал определение, но не решил задачу или не написал определение и частично решил задачу; 0 – студент не написал определение и не решил задачу

2	УК-1. Владеть навыками изучения моделей математического анализа	3- студент полностью выполнил поставленную задачу ; 2 – студент допустил небольшие неточности в формулировках и/или ошибки в доказательстве; 1 – студент написал определение, формулировку теоремы, но доказательство осуществлено меньше, чем на 30%; 0 – студент не написал определение и не доказал теорему .
3	УК-1. Знать методы дифференциального и интегрального исчисления	3- студент полностью выполнил поставленную задачу ; 2 – студент допустил небольшие неточности в формулировках и/или ошибки в доказательстве; 1 – студент написал определение, формулировку теоремы, но доказательство осуществлено меньше, чем на 30%; 0 – студент не написал определение и не доказал теорему .
4	УК-1. Знать методы дифференциального и интегрального исчисления	3- студент полностью выполнил поставленную задачу ; 2 – студент допустил небольшие неточности в формулировках и/или ошибки в вычислениях; 1 – студент написал определение, но не решил задачу или не написал определение и частично решил задачу; 0 – студент не написал определение и не решил задачу .
5	УК-1. Уметь подбирать непрерывную математическую модель для решения соответствующей задачи;	3- студент полностью выполнил поставленную задачу ; 2 – студент допустил небольшие неточности в формулировках и/или ошибки в вычислениях; 1 – студент написал определение, но не решил задачу или не написал определение и частично решил задачу; 0 – студент не написал определение и не решил задачу

2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания

2.1 Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

Пороговый уровень - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

Продвинутый уровень - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

Высокий уровень - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Математика»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Математика» являются лекции, причем в достаточно большом объеме. Это связано с тем, что в основе математического анализа лежит особый математический аппарат, с помощью которого решаются довольно сложные и громоздкие задачи. По большому числу тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам и отработка навыков работы с аппаратом математического анализа.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы математического анализа. Для решения большинства задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз проработать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашних работ. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы с аппаратом математического анализа и проведения вычислений, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде контрольных работ (в аудитории) в обоих семестрах изучения дисциплины. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий для самостоятельной работы, которые вызвали затруднения.

В конце каждого семестра изучения дисциплины студенты сдают экзамен. Экзамен проводится в письменной форме и включает в себя 2-3 теоретических вопроса из списка 2-3 и практических задания, сходных с заданиями из контрольных работ. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3-4 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Математический анализ» самостоятельно студенту очень трудно. Это связано со сложностью изучаемого материала и большим объемом курса. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать зачеты и экзамены по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.