

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра радиотехнических систем

**УТВЕРЖДАЮ**

Декан физического факультета  
  
(подпись) И.С. Огнев

«23» мая 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**«Марковские процессы в радиофизике»**

Направление подготовки  
03.04.03 Радиофизика

Направленность (профиль)  
Информационные процессы и системы

Форма обучения  
очная

Программа одобрена  
на заседании кафедры  
от «18» апреля 2023 года, протокол №8

Программа одобрена НМК  
физического факультета  
протокол № 5 от «25» апреля 2023 года

Ярославль

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Марковские процессы в радиофизике» являются: овладение основами теории Марковских процессов для решения задач анализа и синтеза радиотехнических систем и сетей, формирование основ научного мировоззрения.

### 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и требует знаний, умений и навыков в объёме бакалаврской программы направлений 03.03.03, 11.03.01, 11.03.02 и родственных. Дисциплина закладывает у учащихся основные понятия и умения по исследованию телекоммуникационных процессов с применением аппарата Марковских процессов. Знания и навыки, полученные при изучении дисциплины, будут использованы студентами при написании магистерской диссертации.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
ПК-2 Способен к организации и самостоятельному выполнению фундаментальных и (или) прикладных исследований поискового, теоретического и (или) экспериментального характера включая моделирование с использованием программных средств общего и специального назначения	ИД_ПК-2.1 Составляет план проведения исследований и при необходимости корректирует его с учетом текущих результатов исследования	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– основы аппарата теории Марковских процессов;</li><li>– методы и методики решения уравнений, описывающих процессы.</li></ul> <b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– формировать идеализированное представление об объекте и отбрасывать несущественные его свойства;</li><li>– делать содержательные технические или физические выводы о свойствах исследуемого объекта (или процесса).</li></ul> <b>Владеть навыками:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– исследования уравнений, описывающих Марковские процессы, численными или аналитическими средствами.</li></ul>
	ИД_ПК-2.2 Самостоятельно выполняет исследования теоретического и (или) экспериментального характера в соответствии с планом	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– условия и области применения моделей телекоммуникационных процессов в форме Марковских цепей, Марковских последовательностей, дискретных Марковских процессов, непрерывнозначных Марковских процессов,</li><li>– методику построения Марковских моделей в форме соответствующих вероятностных уравнений.</li></ul>

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
		<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– строить математические модели объектов в форме Марковских уравнений на основе сделанных идеализаций и допущений.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b> методами и приемами анализа телекоммуникационных процессов с применением аппарата Марковских процессов.</p>

#### 4. Объём, структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет **2** зачёт. ед., **72** акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоёмкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)  Формы ЭО и ДОТ (при наличии)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационны е испытания		
1	Введение в дисциплину.	3		1				0,7	устный опрос
2	Цепи Маркова с конечным числом состояний.	3		4		1		5	устный опрос, проверка индивид. домаш. заданий
3	Дискретные марковские процессы.	3		4		0,5		5	устный опрос, проверка индивид. домаш. заданий
4	Цепи Маркова с бесконечным числом состояний. Марковские последовательности.	3		4		0,5		6	устный опрос
5	Непрерывнозначные Марковские процессы.	3		4		0,5		6	устный опрос, проверка индивид. домаш. заданий
6	Многомерные Марковские процессы.	3		4		0,5		6	устный опрос
7	Методика анализа систем.	3		3		0,5		6	устный опрос
8	Основы марковской теории оценивания в радиолокации, радионавигации, радиосвязи.	3		3		0,5		6	устный опрос
	Приём зачёта	3					0,3		Зачёт
	Всего за 3 семестр 72 часа			27		4	0,3	40,7	
	ИТОГО			27		4	0,3	40,7	

## Содержание разделов (тем) дисциплины

1. Введение в дисциплину. Основные понятия и свойства Марковских процессов. Классификация Марковских процессов (МП). Уравнение Колмогорова-Чепмэна для условной плотности вероятности Марковского процесса.

2. Цепи Маркова с конечным числом состояний. Уравнение Маркова. Ориентированный граф. Однородные цепи Маркова. Матрица одношаговых вероятностей.

Уравнение финальных вероятностей. Простая однородная цепь Маркова с двумя состояниями.

3. Дискретные марковские процессы. Уравнение Колмогорова-Чепмэна для вероятностей перехода. Дискретный Марковский процесс с двумя состояниями (случайный двоичный сигнал). Процесс рождения и гибели. Случайные точечные процессы. Пуассоновский процесс и его обобщения. Системы массового обслуживания.

4. Цепи Маркова с бесконечным числом состояний. Марковские последовательности. Уравнение Колмогорова-Чепмэна. Уравнение Фредгольма. Задача о достижении границ. Срыв слежения. Уравнение КЧ дискретной СФС для аддитивного широкополосного воздействия. Уравнение КЧ дискретной СФС для комбинированного аддитивно-фазового воздействия. Аппроксимация второго порядка для дисперсии ошибки слежения в системе 1-го порядка. Аппроксимация второго порядка для дисперсии ошибки слежения в системе 2-го порядка.

5. Непрерывнозначные Марковские процессы. Непрерывные процессы. Уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК). Процессы с независимыми дискретной приращениями. Винеровский процесс. Гауссовский экспоненциально-коррелированный случайный процесс. Логонормальный случайный процесс. Замена независимых переменных в уравнении ФПК.

6. Многомерные Марковские процессы. Уравнение ФПК для многомерных процессов. Гауссово-марковские случайные процессы. Процессы с рациональной спектральной плотностью.

7. Методика анализа систем. Примеры построения уравнений ФПК. Представление непрерывных марковских процессов в дискретном времени. Формирующий фильтр векторноо процесса. Модель речевого сообщения.

8. Основы марковской теории оценивания в радиолокации, радионавигации, радиосвязи. Общие сведения. Синтез алгоритмов селекции движущихся целей. Оптимальная оценка траекторий Марковских процессов. Синтез и анализ определения координат объекта по сигналам навигационных спутников. Квазиоптимальная фильтрация Марковских последовательностей в многолучевых каналах связи.

## 5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Практическое занятие** – занятие, посвящённое освоению конкретных умений и навыков. В ходе занятия отрабатываются практические приёмы анализа и расчёта радиотехнических устройств (генераторов различного типа).

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

- для формирования текстов материалов к промежуточной и текущей аттестации – программы Microsoft Office, издательская система LaTeX;
- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ –

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»  
[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php).

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Наука, 1977. -561 с.
2. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Связь. 2004. -608 с.

### **б) дополнительная литература**

1. Тихонов В.И., Шахтарин Б.И., Сизых В.В. Случайные процессы: Примеры и задачи. Т5: Оценка сигналов, их параметров и спектров. Основы информации: Учеб. пособие для вузов. Под ред. В.В. Сизых. - М.: Горячая линия - Телеком, 2009.- 400с.
2. Кирьянова, Л. В. Теория случайных процессов / Л. В. Кирьянова, А. Ю. Лемин, Т. А. Мацеевич - Москва : Издательство МИСИ - МГСУ, 2017. - 98 с. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785726415840.html>
3. Казаков Л.Н., Башмаков М.В. Математические модели стохастических цифровых систем фазовой синхронизации / Учебное пособие.: Изд-во ЯрГУ, Ярославль, 2001.- 152 с.
4. Казаков Л.Н., Силантьев А.Б. Статистический анализ цифровых систем радиоавтоматики / Учеб. пособие.: Изд-во ЯВЗРУ ПВО, 2009.-164 с.

### **в) ресурсы сети «Интернет»**

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ  
([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)).

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в аудитории для практических занятий (семинаров) равно списочному составу группы обучающихся.

Учебно-методическое обеспечение, необходимое для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав:

Автор:

зав. кафедрой

радиотехнических систем, д. т. н.

*должность, учёная степень*

*подпись*

Л. Н. Казаков

*И.О. Фамилия*

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины  
«Марковские процессы в радиофизике»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущего контроля успеваемости**

**Устный опрос**

Устный опрос проводится на практических занятиях по вопросам из списка вопросов к зачёту.

**Критерии оценивания ответов на вопросы опроса на практических занятиях**

<b>Критерий</b>	<b>Пороговый уровень (на «удовлетворительно»)</b>	<b>Продвинутый уровень (на «хорошо»)</b>	<b>Высокий уровень (на «отлично»)</b>
<b>Соответствие ответа вопросу</b>	Хотя бы частичное ( <i>не относящееся к вопросу не подлежит проверке</i> )	Полное	Полное
<b>Полнота ответа</b>	Вопрос раскрыт на 50 и более %	Ответ почти полный, без ошибок, не хватает отдельных элементов и тонкостей	Ответ полный и без ошибок

**Индивидуальные домашние задания**

**1. Стефано Брени, Синхронизация цифровых систем связи, 2003 г.**

Построить модель алгоритма синхронизации циклов в виде Марковской цепи, на базе которой получить оценки основных параметров системы цикловой синхронизации:

1. Среднее число вынужденных потерь.
2. Среднее значение времени возврата синхронизации.
3. Дисперсию времени возврата синхронизации.
4. Вероятность ложной синхронизации.

Отдельно можно поставить задачу для других уровней синхронизации: тактовой, сверхцикловой, несущей частоты.

**Критерии оценивания:**

пороговый уровень: задание выполнено в основном, с незначительными ошибками;  
продвинутый уровень: задание выполнено полностью, с незначительными ошибками;  
высокий уровень: задание выполнено полностью и без ошибок.

**2. Индивидуальные домашние задания в форме рефератов.**

## Требования к реферату

Реферат должен быть написан на 23-26 страницах и иметь следующую структуру и разделы: 1. Титульный лист; 2. Оглавление (содержание); 3. Введение; 4. Текст, написанный по главам; 5. Заключение (выводы); 6. Библиографический список; 7. Приложения (если есть).

Оформление – По ГОСТ 7.32-2001 (в сокращённой форме, без списков исполнителей, нормативов, обозначений и аббревиатур)

## Темы рефератов

1. Многомерные марковские процессы. Уравнение ФПК для многомерных процессов.
2. Марковские модели речевого сообщения.
3. Марковская теория оценивания в радиолокации.
4. Синтез алгоритмов селекции движущихся целей.
5. Оптимальная оценка траекторий марковских процессов.
6. Марковская теория оценивания в радионавигации.
7. Марковская теория оценивания в радиосвязи.
8. Квазиоптимальная фильтрация марковских процессов в многолучевых каналах связи.

## Критерии оценивания рефератов

Критерий	Пороговый уровень (на «удовлетворительно»)	Продвинутый уровень (на «хорошо»)	Высокий уровень (на «отлично»)
<b>Раскрытие темы</b>	Тема раскрыта не полностью, ответ не детализированный, но студент обнаруживает знание и понимание большинства положений и сути рассматриваемых вопросов	Тема раскрыта полностью, но обобщения не конкретизированы	Тема раскрыта полностью, даны правильные представления и суждения по сути и деталям
<b>Логика изложения и аргументация</b>	Изложение непоследовательное	Есть неточности в последовательности изложения	Изложение последовательное
<b>Примеры</b>	Нет примеров	Имеются примеры, возможно, не все	Имеются все необходимые примеры
<b>Корректность изложения</b>	Есть ряд неточностей в сути вопроса, не являющихся, однако, существенными	Изложение правильное, но допускается 1 неточность в сути содержания вопросов	Ошибок нет
<b>Грамотность</b>	Много орфографических и грамматических ошибок	Есть отдельные ошибки	Нет орфографических ошибок, грамматически правильные



Критерий	Пороговый уровень (на «удовлетворительно»)	Продвинутый уровень (на «хорошо»)	Высокий уровень (на «отлично»)
			предложения
Оформление	Ошибки в оформлении	Есть отдельные неточности	Полностью соответствует требованиям

## 2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

### Вопросы к зачету

1. Основные понятия и свойства Марковских процессов.
2. Классификация Марковских процессов.
3. Уравнение Колмогорова-Чепмэна для условной плотности вероятности Марковского процесса.
4. Цепи Маркова с конечным числом состояний. Уравнение Маркова.
5. Ориентированный граф цепи Маркова. Особые состояния.
6. Однородные цепи Маркова. Матрица одношаговых вероятностей.
7. Уравнение финальных вероятностей. Вектор финальных вероятностей.
8. Простая однородная цепь Маркова с двумя состояниями.
9. Дискретные Марковские процессы. Уравнение Колмогорова-Чепмэна для вероятностей перехода.
10. Дискретный Марковский процесс с двумя состояниями (случайный двоичный сигнал).
11. Процесс рождения и гибели.
12. Случайные точечные процессы. Пуассоновский процесс и его обобщения.
13. Системы массового обслуживания.
14. Цепи Маркова с бесконечным числом состояний. Марковские последовательности. Уравнение Колмогорова-Чепмэна.
15. Марковские последовательности. Уравнение Фредгольма.
16. Задача о достижении границ. Случай неподвижных границ.
17. Задача о достижении границ. Случай подвижных границ.
18. Срыв слежения в системах автоматического сопровождения.
19. Уравнение КЧ дискретной СФС для аддитивного широкополосного воздействия.
20. Уравнение КЧ дискретной СФС для комбинированного аддитивно-фазового воздействия.
21. Аппроксимация второго порядка для дисперсии ошибки слежения в системе 1-го порядка.
22. Аппроксимация второго порядка для дисперсии ошибки слежения в системе 2-го порядка.
23. Непрерывнозначные Марковские процессы. Уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова.
24. Процессы с независимыми дискретными приращениями.
25. Винеровский процесс.
26. Гауссовский экспоненциально-коррелированный случайный процесс.
27. Логонормальный случайный процесс.
28. Замена независимых переменных в уравнении ФПК.
29. Многомерные Марковские процессы. Уравнение ФПК для многомерных процессов.
30. Гауссово-марковские случайные процессы.
31. Процессы с рациональной спектральной плотностью.
32. Методика анализа систем. Примеры построения уравнений ФПК.
33. Представление непрерывных марковских процессов в дискретном времени.
34. Формирующий фильтр векторного процесса.

35. Модель речевого сообщения.
36. Основы марковской теории оценивания в радиолокации. Общие сведения.
37. Синтез алгоритмов селекции движущихся целей.
38. Оптимальная оценка траекторий Марковских процессов.
39. Основы марковской теории оценивания в радионавигации. Общие сведения.
40. Синтез и анализ определения координат объекта по сигналам навигационных спутников.
41. Основы марковской теории оценивания в радиосвязи. Общие сведения.
42. Квазиоптимальная фильтрация Марковских последовательностей в многолучевых каналах связи.

#### Критерии оценивания ответов на вопросы билета

Критерий	Пороговый уровень (на «удовлетворительно»)	Продвинутый уровень (на «хорошо»)	Высокий уровень (на «отлично»)
Соответствие ответа вопросу	Хотя бы частичное ( <i>не относящееся к вопросу не подлежит проверке</i> )	Полное	Полное
Полнота ответа	Вопрос билета раскрыт на 50 и более %	Ответ почти полный, без ошибок, не хватает отдельных элементов и тонкостей	Ответ полный и без ошибок
Наличие примеров	Имеются отдельные примеры	Много примеров	Есть практически ко всем утверждениям
Рисунки (если требуются)	Имеются	Корректные	Корректные

### 3. Правила выставления оценки на зачёте

Зачёт может проводиться в устной (письменной) форме или по результатам текущей аттестации. При проведении в устной форме в билет включается два теоретических вопроса. На подготовку к ответу даётся не менее 0,5 часа.

По итогам зачета выставляется одна из оценок: «зачтено» или «незачтено».

Оценка «Зачтено» выставляется студенту, который даёт достаточно полные и последовательные ответы на вопросы билета и дополнительные вопросы, при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи. Ответы излагаются в терминах учебной дисциплины, при этом допускаются отдельные ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий, формулировке положений, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или даёт неверные ответы.

Оценка «Незачтено» выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, не устанавливает межпредметные связи; допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; даёт неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или даёт неверные ответы.

## **Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Марковские процессы в радиофизике»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине являются практические занятия, причём в достаточно большом объёме. Это связано с тем, что в основе дисциплины лежит специальный математический аппарат, с помощью которого «Марковские процессы в радиофизике» позволяет решать довольно сложные и громоздкие задачи. По большинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит изучение материала путём применения его к конкретным задачам и отработка навыков работы с математическим аппаратом.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются в ходе практических занятий, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы телекоммуникационных процессов с применением аппарата Марковских процессов. Для решения всех задач необходимо знать и понимать материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного материала. Материал необходимо также прорабатывать ещё раз и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным в ходе практических занятий или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий для самостоятельной работы, которые вызвали затруднения.

В конце всего курса изучения дисциплины студенты сдают зачёт.