МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра цифровых технологий и машинного обучения

|  |  |
| --- | --- |
|  | УТВЕРЖДАЮ  Декан физического факультета  И.С. Огнев  *(подпись)*  «21» мая 2024 г. |

**Рабочая программа дисциплины**

**«**Основы теории информации**»**

Направление подготовки

11.03.01 Радиотехника

Направленность (профиль)

«Радиотехника»

Форма обучения

очная

|  |  |
| --- | --- |
| Программа рассмотрена  на заседании кафедры  от «26» апреля 2024 года, протокол № 8 | Программа одобрена НМК  физического факультета  протокол № 5 от «30» апреля 2024 года |

**1. Цели освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины «Основы теории информации» является подготовка студентов по вопросам теории информации и теории кодирования сигналов как носителей информации.

В процессе преподавания дисциплины решаются следующие задачи:

* ознакомление с общими вопросами, рассматриваемыми в теории информации;
* ознакомление с методами кодирования для дискретных источников без памяти;
* ознакомление с вопросами анализа связанных источников;
* формирование знаний в области сжатия информации;
* ознакомление с дискретными каналами без памяти и передачей информации по ним;
* ознакомление с общими вопросами помехоустойчивого кодирования.

**2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Данная дисциплина относится к дисциплинам по выбору части, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина «Основы теории информации» тесно связана с дисциплинами «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дискретная математика». Полученные знания и навыки являются необходимыми для освоения дисциплины «Статистическая теория радиотехнических систем», а также ряда дисциплин по выбору.

Формируемые навыки в ходе освоения дисциплины «Основы теории информации» на этапах дальнейшего обучения студентов могут являться средством выполнения научных работ.

**3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

| **Формируемая компетенция**  **(код и формулировка)** | **Индикатор достижения компетенции**  **(код и формулировка)** | **Перечень**  **планируемых результатов обучения** |
| --- | --- | --- |
| **Профессиональные компетенции** | | |
| ПК-1.  Способен осуществлять сбор и обработку исходных данных для решения поставленных профессиональных задач в области радиотехники, осуществлять поиск, анализ и выбор методов их решения | ИД\_ПК-1.1 Осуществляет сбор и обработку исходных данных для решения поставленных профессиональных задач | **Знать:**  -количественные информационные характеристики дискретных источников сообщений и каналов;  -основные фундаментальные ограничения теории информации и их практическую значимость;  -основные типы помехоустойчивых кодов и области их применения.  **Уметь:**  -самостоятельно использовать основные теоретические принципы теории информации для обеспечения эффективной и надёжной передачи информации;  -при разработке радиотехнических систем и устройств осуществлять выбор методов кодирования информации с учётом набора ограничений фундаментальной, технологической, экономической и законодательной природы.  **Владеть навыками:**  -получения количественных оценок информации, расчёта информационных характеристик основных элементов систем передачи информации, построения кодов. |

**4. Объём, структура и содержание дисциплины**

Общая трудоёмкость дисциплины составляет **2** зачёт. ед., **72** акад. час.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№**  **п/п** | **Темы (разделы)**  **дисциплины,**  **их содержание** | **Семестр** | **Виды учебных занятий,**  **включая самостоятельную работу студентов,**  **и их трудоёмкость**  **(в академических часах)** | | | | | | **Формы текущего контроля успеваемости**  **Форма промежуточной аттестации**  ***(по семестрам)***  **Формы ЭО и ДОТ**  ***(при наличии)*** |
| **Контактная работа** | | | | | самостоятельная  работа |
| лекции | практические | лабораторные | консультации | аттестационные испытания |
| 1 | Введение. Информация, энтропия и избыточность | 6 |  | 2 |  |  |  | 0,7 | Задание для самостоятельной работы № 1 |
| 2 | Кодирование для дискретных источников без памяти | 6 |  | 6 |  |  |  | 1 | Задание для самостоятельной работы № 2 |
| 3 | Условная вероятность. Формула Байеса (теорема Байеса) | 6 |  | 6 |  | 1 |  | 2 | Задание для самостоятельной работы № 3 |
| 4 | Энтропия связанных источников | 6 |  | 6 |  | 1 |  | 2 | Задание для самостоятельной работы № 4, контрольная работа  № 1 |
| 5 | Сжатие данных | 6 |  | 6 |  |  |  | 2 | Задание для самостоятельной работы № 5 |
| 6 | Дискретные каналы без памяти и передача информации | 6 |  | 6 |  |  |  | 2 | Задание для самостоятельной работы № 6 |
| 7 | Дифференциальная энтропия. Канал с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) | 6 |  | 6 |  | 1 |  | 2 | Задание для самостоятельной работы № 7 |
| 8 | Помехоустойчивое кодирование | 6 |  | 7 |  | 1 |  | 2 | Задание для самостоятельной работы № 8, контрольная работа  № 2 |
|  | Промежуточная аттестация | 6 |  |  |  |  | 0,3 |  | Зачёт |
|  | **ИТОГО** | ***6*** |  | **51** |  | **5** | **0,3** | **15,7** | **72** |
|  | ***в том числе с ЭО и ДОТ*** |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Содержание разделов дисциплины**

**Тема № 1**

Введение. Информация, энтропия и избыточность

Определение теории информации применительно к системам передачи. Понятие информации, сообщения, символа, сигнала, данных. Определение передачи информации. Модель передачи информации по каналу связи по К. Шеннону.

Информация одного события. Определение дискретного источника без памяти. Аксиомы для определения количества информации.

Энтропия. Аксиоматическое определение энтропии. Энтропия двоичного источника (функция Шеннона).

Избыточность источника. Относительная избыточность. Скорость появления символов. Информационная производительность источника.

**Тема № 2**

Кодирование для дискретных источников без памяти

Понятие кодирования источника, кодера источника, кода источника, кодового слова. Что такое кодовое дерево?

Определение средней длины кодового слова, эффективности кода (фактор сжатия), избыточности кода. Теорема кодирования источника.

Классификация кодов: коды фиксированной длины, коды переменной длины, индивидуальные (несовпадающие) коды, беспрефиксные коды, однозначно декодируемые коды, мгновенные коды, оптимальные коды. Неравенство Крафта.

Энтропийное кодирование. Кодирование Шеннона-Фано. Кодирование Хаффмана.

**Тема № 3**

Условная вероятность. Формула Байеса (теорема Байеса)

Определение условной и совместной вероятностей. Формула Байеса. Полная вероятность. Теорема Байеса. Примеры использования. Независимые события.

**Тема № 4**

Энтропия связанных источников

Понятие взаимной и условной информации. Взаимная информация для случая независимых и жестко связанных источников.

Совместная и условная энтропии. Совместная энтропия для случая независимых и связанных источников.

**Тема № 5**

Сжатие данных

Задача сжатия данных. Несущественная информация и избыточность. Кодирование без потерь и с потерями. Степень сжатия.

Алгоритм LZW. Кодирование и декодирование. Построение словаря (кодовой книги). Примеры.

Арифметическое кодирование. Кодирование и декодирование. Примеры.

**Тема № 6**

Дискретные каналы без памяти и передача информации

Определение дискретного канала без памяти. Матрица канала. Диаграмма переходов. Двоичный симметричный канал (матрица канала, диаграмма переходов, условная и взаимная информации, передача информации без ошибок и отсутствие передачи).

Передача информации. Среднее значение информации, передаваемое по каналу. Пропускная способность канала на символ. Пропускная способность канала в секунду.

Примеры каналов связи, их матрицы каналов, пропускные способности, среднее значение информации, передаваемое по каналу (канал без потерь, детерминированный канал, канал без помех, двоичный симметричный канал, двоичный симметричный канал со стираниями). Теорема кодирования канала.

**Тема № 7**

Дифференциальная энтропия. Канал с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ)

Непрерывный канал и непрерывный источник. Дифференциальная энтропия. Канал с аддитивным белым гауссовским шумом. Пропускная способность канала с АБГШ на символ. Пропускная способность канала с АБГШ в секунду.

**Тема № 8**

Помехоустойчивое кодирование

Определение помехоустойчивого кодирования. Блочное кодирование (кодовая скорость, структура кодового слова, кодирование / декодирование, расстояние Хэмминга).

Линейные блочные коды. Порождающая матрица. Проверочная матрица. Синдром. Код, исправляющий одиночные ошибки. Код Хэмминга (7, 4). Код Хэмминга (15, 11). Вероятность ошибочного приема сообщений. Вероятность ошибочного приема блока сообщений. Вероятность ошибочного приема символа сообщения. Помехоустойчивость кодов Хэмминга.

Циклические коды. Кодирование и декодирование циклического кода (7, 4).

Сверточные коды.

**5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения соответствующей дисциплине используются следующие образовательные технологии:

**Практическое занятие** – занятие, на котором разбирается краткая теория, и оттачиваются практические навыки решения задач по предложенным темам.

**Консультация** – занятие перед проведением зачета, на котором проводится консультирование по изученному материалу, формам заданий итогового контроля, ответы на вопросы студентов по дисциплине.

**6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;

- Adobe Acrobat Reader.

**7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»<http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php>

**8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

**а) основная литература**

1. Кудряшов Б. Д. Теория информации: учеб. пособие для вузов. – СПб.: Питер, 2009.

<http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=1219156&cat_cd=YARSU>

2. Вернер М. Основы кодирования: учеб. для вузов. – М.: Техносфера, 2006.

<http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=352188&cat_cd=YARSU>

**б) дополнительная литература**

1. Приоров А. Л., Апальков И. В., Хрящев В. В. Цифровая обработка изображений: учеб. пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 2007.

<http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=358788&cat_cd=YARSU>

2. Приоров А. Л., Хрящев В. В. Обработка и передача мультимедийной информации: учеб. пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 2009. <http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=353112&cat_cd=YARSU>

**в) ресурсы сети «Интернет»:**

Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ (<http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php>).

**9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

* учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
* учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,
* учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
* помещения для самостоятельной работы;
* помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в аудитории для практических занятий (семинаров) больше либо равно списочному составу группы обучающихся.

Автор:

Профессор кафедры

цифровых технологий и

машинного обучения, д.т.н. .Л. Приоров

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины**

**«Основы теории информации»**

**Фонд оценочных средств**

**для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов**

**по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,**

**необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1. Контрольные задания и иные материалы,**

**используемые в процессе текущей аттестации**

**Задание для самостоятельной работы № 1**

Введение. Информация, энтропия и избыточность

1. Имеется одна страница текста, написанного на русском языке. Страница содержит 30 строк и по 60 букв в каждой строке. Оценить количество информации в данном тексте. Для простоты рекомендуется полагать, что алфавит языка состоит из 32 букв, выпадающих равновероятно.

2. Пусть *X* – дискретный источник без памяти, генерирующий символы *x*1, *x*2, *x*3, *x*4 с вероятностями *P*(*x*1) = 0.4, *P*(*x*2) = 0.3, *P*(*x*3) = 0.2, *P*(*x*4) = 0.1. Найти энтропию *H*(*X*) источника и определить количество информации, содержащееся в сообщениях *x*1*x*2*x*1*x*3, *x*4*x*3*x*3*x*2.

3. Пусть *X* – двоичный источник без памяти, генерирующий символы *x*1, *x*2. Доказать, что энтропия источника *H*(*X*) является максимальной в случае, когда символы *x*1, *x*2 выпадают равновероятно.

4. Доказать, что разложение процедуры выбора событий на несколько этапов не изменяет энтропию источника (процедуру выбора событий можно свести к последовательным двоичным решениям). При решении задачи для определенности предположить, что дискретный источник без памяти *X* генерирует три символа *a*, *b*, *c* с вероятностями *P*(*a*), *P*(*b*), *P*(*c*).

5. Пусть *X* – дискретный источник без памяти, генерирующий символы *a*, *b*, *c*, *d*, *e*,*f*, с вероятностями *P*(*a*) = 0.05, *P*(*b*) = 0.15, *P*(*c*) = 0.05, *P*(*d*) = 0.4, *P*(*e*) = 0.2, *P*(*f*) = 0.15. Найти избыточность и относительную избыточность источника.

6. Рассмотрим телеграфный источник, генерирующий два символы «точка» и «тире». Длительность «точки» составляет 0.2 секунды, а длительность «тире» в три раза больше длительности «точки». Вероятность возникновения «точки» вдвое больше вероятности возникновения «тире», а длительность между символами составляет 0.2 секунды. Вычислить среднюю информационную производительность телеграфного источника.

**Задание для самостоятельной работы № 2**

Кодирование для дискретных источников без памяти

1. Пусть *X* – дискретный источник без памяти, генерирующий символы *x*1, *x*2 с вероятностями *P*(*x*1) = 0.9, *P*(*x*2) = 0.1. Символ *x*1 кодируется как «0», а символ *x*2 – «1». Найти эффективность и избыточность рассмотренного кода.

2. Пусть *X*2 – дискретный источник без памяти, генерирующий четыре символа: *a*1 =*x*1*x*1, *a*2 =*x*1*x*2, *a*3 =*x*2*x*1, *a*4 =*x*2*x*2. Здесь *x*1, *x*2 представляют собой символы из задачи № 1, генерируемые источников *X*. Можно сказать, что источник *X*2 генерирует за раз составной символ *xixj*, *i* = 1, 2, *j* = 1, 2. Символ *a*1 кодируется как «0», *a*2 – «10», *a*3 – «110», *a*4 – «111». Найти эффективность и избыточность рассмотренного кода.

3. Пусть *X* – дискретный источник без памяти, генерирующий символы *x*1, *x*2, *x*3, *x*4. Предположим, что существует четыре различных кода, кодирующих вышеозначенные символы. Код *A*: *x*1 – «00», *x*2– «01», *x*3 – «10», *x*4 – «11»; код *B*: *x*1 – «0», *x*2 – «10», *x*3 – «11», *x*4 – «110»; код *C*: *x*1 – «0», *x*2 – «11», *x*3 – «100», *x*4 – «110»; код *D*: *x*1 – «0», *x*2 – «100», *x*3 – «110», *x*4 – «111». Показать, что все коды, за исключением кода *B* удовлетворяют неравенству Крафта. Показать, что коды *A* и *D* являются однозначно декодируемыми, а коды *B* и *C* – нет.

4. Пусть *X* – дискретный источник без памяти, генерирующий символы *x*1, *x*2, *x*3, *x*4 с вероятностями *P*(*x*1) = 0.5, *P*(*x*2) = 0.25, *P*(*x*3) = 0.125, *P*(*x*4) = 0.125. Построить код Шеннона-Фано для источника *X*. Найти эффективность и избыточность рассмотренного кода.

5. Пусть *X* – дискретный источник без памяти, генерирующий пять равновероятных символов. Построить код Шеннона-Фано для источника *X* и вычислить эффективность и избыточность рассмотренного кода. Построить второй вариант кода Шеннона-Фано для источника *X* и вычислить эффективность и избыточность рассмотренного кода. Построить код Хаффмана для источника *X* и вычислить эффективность и избыточность рассмотренного кода. Сравнить результаты, полученные в трех случаях кодирования.

6. Пусть *X* – дискретный источник без памяти, генерирующий символы *x*1, *x*2, *x*3, *x*4, *x*5 с вероятностями *P*(*x*1) = 0.4, *P*(*x*2) = 0.19, *P*(*x*3) = 0.16, *P*(*x*4) = 0.15, *P*(*x*5) = 0.1. Построить код Шеннона-Фано для источника *X* и вычислить эффективность и избыточность рассмотренного кода. Построить код Хаффмана для источника *X* и вычислить эффективность и избыточность рассмотренного кода. Сравнить полученные результаты.

**Задание для самостоятельной работы № 3**

Условная вероятность. Формула Байеса (теорема Байеса)

1. Априорная вероятность болезни у человека . Врач проводит тест по определению, болен человек или не болен. Тест может принимать два возможных значения: «положительное» (человек болен) и «отрицательное» (человек не болен). Условная вероятность положительного теста при условии, что человек болен , а условная вероятность отрицательного теста при условии, что человек не болен . При проведении теста был получен отрицательный результат. Найти:

а) совместную вероятность того, что человек болен и тест «отрицательный» ;

б) совместную вероятность того, что человек не болен и тест «отрицательный» ;

в) вероятность «отрицательного» теста ;

г) условную вероятность болезни у человека при условии, что тест «отрицательный» ;

д) условную вероятность отсутствия болезни у человека при условии, что тест «отрицательный» .

2. Априорная вероятность болезни у человека . Врач проводит тест по определению, болен человек или не болен. Тест может принимать два возможных значения: «положительное» (человек болен) и «отрицательное» (человек не болен). Условная вероятность положительного теста при условии, что человек болен , а условная вероятность отрицательного теста при условии, что человек не болен . При проведении теста был получен положительный результат. Найти:

а) совместную вероятность того, что человек болен и тест «положительный» ;

б) совместную вероятность того, что человек не болен и тест «положительный» ;

в) вероятность «положительного» теста ;

г) условную вероятность болезни у человека при условии, что тест «положительный» ;

д) условную вероятность отсутствия болезни у человека при условии, что тест «положительный» .

3. Решить задачу № 3 для случая, когда априорные вероятности нахождения робота в красной  и зеленой  комнатах равны 0 и 1 соответственно. Сравнить полученные результаты с задачей № 3.

4. Решить задачу № 3 для случая, когда условная вероятность того, что датчик фиксирует красный цвет при условии, что робот находится в красной комнате , а условная вероятность того, что датчик фиксирует зеленый цвет при условии, что робот находится в зеленой комнате . Сравнить полученные результаты с задачей № 3.

5. **Парадокс Монти Холла.**Задачаформулируется как описаниеигры, основанной на американскомтелешоу*«Let’sMake a Deal»*, и названа в честь ведущего этой передачи. Наиболее распространенная формулировка этой задачи, опубликованная в1990 году в журнале*ParadeMagazine*, звучит следующим образом:

«Представьте, что вы стали участником игры, в которой вам нужно выбрать одну из трех дверей. За одной из дверей находится автомобиль, за двумя другими дверями – козы. Вы выбираете одну из дверей, например, номер 2, после этого ведущий, который знает, где находится автомобиль, а где – козы, открывает одну из оставшихся дверей, например, номер 1, за которой находится коза. После этого он спрашивает вас, не желаете ли вы изменить свой выбор и выбрать дверь номер 1. Увеличатся ли ваши шансы выиграть автомобиль, если вы примете предложение ведущего и измените свой выбор?»

6. Дан двоичный канал связи. Входной символ *X* канала может принимать два значения: 0 или 1. Аналогичные значения принимает выходной символ *Y*. Поскольку в канале присутствует шум входное значение 0 может быть преобразовано в выходное 1 и наоборот. Канал описывается вероятностями , , ,  определенными следующим образом:, , , , где  и  представляют события  и , соответственно, а  и  события  и , соответственно. Кроме того,  и , , . Найти:

а) вероятность приема нуля ;

б) вероятность приема единицы ;

в) условную вероятность передачи нуля при условии, что ноль был принят ;

г) условную вероятность передачи единицы при условии, что единица была принята ;

д) вероятность того, что в приемнике переданный сигнал будет прочитан с ошибкой;

е) вероятность того, что в приемнике переданный сигнал будет прочитан верно.

7. Дан двоичный канал связи. Входной символ *X* канала может принимать два значения: 0 или 1. Аналогичные значения принимает выходной символ *Y*. Поскольку в канале присутствует шум входное значение 0 может быть преобразовано в выходное 1 и наоборот. Канал описывается вероятностями , , ,  определенными следующим образом: , , , , где  и  представляют события  и , соответственно, а  и  события  и , соответственно. Кроме того,  и , . Для решения какое из двух сообщений было передано, на основе полученных данных, предлагается использовать следующий критерий:

1. *На приемной стороне произошло событие .* Решаем, что событие на входе канала – , если  и решаем, что событие на входе канала – , если .

2. *На приемной стороне произошло событие .* Решаем, что событие на входе канала – , если  и решаем, что событие на входе канала – , если .

Данный критерий принятия решения называется критерием максимума апостериорной вероятности (МАВ-критерий). Найти:

а) область значений вероятности , для которой МАВ-критерий определяет, что событие на входе канала – , если на приемной стороне произошло событие ;

б) область значений вероятности , для которой МАВ-критерий определяет, что событие на входе канала – , если на приемной стороне произошло событие ;

в) область значений вероятности , для которой МАВ-критерий определяет, что событие на входе канала – , если не имеет значения какое событие  или  произошло на приемной стороне;

г) область значений вероятности , для которой МАВ-критерий определяет, что событие на входе канала – , если не имеет значения какое событие  или  произошло на приемной стороне.

**Задание для самостоятельной работы № 4**

Энтропия связанных источников

1. Пусть *X* и *Y* – два дискретных источника, алфавиты которых содержат по четыре события. Совместные вероятности выпадения пар событий таковы:

, , , ;

, , , ;

, , , ;

, , , .

Найти:

а) энтропию источников *X* и *Y*;

б) совместную энтропию источников;

в) обе условные энтропии;

г) для самоконтроля вычислить условные вероятности *P*(*yj|xi*) и через них .

**Задание для самостоятельной работы № 5**

Сжатие данных

1. С использованием LZW кодирования выполнить операции кодирования и декодирования следующей последовательности символов: 45, 55, 55, 151, 55, 55, 55. Составить словарь по закодированному сообщению.

2. С использованием LZW кодирования выполнить операции кодирования и декодирования следующей последовательности символов: 39, 39, 126, 126, 39, 39, 126, 126, 39, 39, 126, 126, 39, 39, 126, 126. Составить словарь по закодированному сообщению.

3. С использованием арифметического кодирования выполнить операции кодирования и декодирования следующей последовательности символов: 150, 25, 60, 60, 25, 150, 25, 60, 25, 25.

4. С использованием арифметического кодирования выполнить операции кодирования и декодирования сообщения из пяти символов, порожденного четырехсимвольным источником: *a*1*a*2*a*3*a*3*a*4. Вероятности выпадения символов следующие: *P*(*a*1) = 0.2, *P*(*a*2) = 0.2, *P*(*a*3) = 0.4, *P*(*a*4) = 0.2.

5. Придумать пять примеров для кодирования и декодирования символов с использованием арифметического кодирования и алгоритма LZW. Для LZW кодирования необходимо дополнительно составить словарь по закодированному сообщению.

**Задание для самостоятельной работы № 6**

Дискретные каналы без памяти и передача информации

1. Дан двоичный канал, для которого переходные вероятности принимают следующие значения: , , , . Найти:

а) матрицу канала;

б)  и , если известно, что ;

в)  и , если известно, что .

2. Даны два двоичных канала, которые соединены последовательно. Для первого канала переходные вероятности принимают вид: , , , ; для второго – , , , .

Найти:

а) матрицу канала для итогового канала;

б)  и , если известно, что .

3. Даны два двоичных симметричных канала, которые соединены последовательно. Для первого канала переходные вероятности принимают вид: , , , ; для второго – , , , .

Найти:

а) матрицу канала для итогового канала;

б)  и , если известно, что  и .

4. Дан канал с матрицей канала . Найти:

а) ,  и , если известно, что  и ;

б) энтропию  на выходе канала.

5. Дан двоичный канал со стираниями, матрица канала которого имеет вид: .

а) нарисовать диаграмму переходов;

б) найти ,  и , если известно, что , а .

6. Доказать, что для канала без потерь условная энтропия .

7. Дан канал без помех с *m* входными и *m* выходными символами. Доказать, что энтропия на входе  и выходе  канала равны, а .

8. Доказать, что для детерминированного канала .

9. Дан канал со входом  и выходом . Доказать, что если  и  статистически независимыми, то  и .

10. Доказать, что совместная энтропия .

11. Доказать, что совместная энтропия , при этом равенство достигается тогда и только тогда, когда  и  независимы.

12. Доказать, что среднее значение информации, передаваемой по каналу .

13. Дан двоичный симметричный канал с  и . Найти:

а) ;

б)  для  и ;

в)  для  и . Пояснить результат.

14. Доказать, что для канала без потерь пропускная способность канала на символ , где *m* – число символов источника *X* на входе канала.

15. Доказать, что для двоичного симметричного канала пропускная способность канала на символ , где .

16. Найти пропускную способность для двоичного канала со стираниями из задачи № 5.

17. Дан канал с матрицей канала .

а) нарисовать диаграмму переходов;

б) найти пропускную способность канала.

**Задание для самостоятельной работы № 7**

Дифференциальная энтропия. Канал с аддитивным белым гауссовским шумом

1. Найти дифференциальную энтропию  равномерно распределенной случайной величины  с плотностью вероятности



При решении задачи положить *a* равным 1; 2; 0.5.

2. Показать, что пропускная способность идеального канал с АБГШ с бесконечной полосой определяется с использованием следующего выражения:

 бит/сек.

Здесь *S* – это средняя мощность сигнала, – это спектральная плотность мощности белого гауссовского шума.

3. Рассмотрим канал с АБГШ с полосой 4 кГц и спектральной плотностью мощности  Вт/Гц. Мощность сигнала, требуемая в приемнике, составляет 0.1 мВт. Вычислить пропускную способность этого канала.

4. Аналоговый сигнал, имеющий полосу 4 кГц, является продискретизированным с частотой , где *B*– это полоса аналогового сигнала. Каждый отсчет является проквантованным в один из 256 равновероятных уровней квантования. Предположим, что следующие друг за другом отсчеты являются независимыми:

а) найти информационную производительность источника;

б) может ли выход рассматриваемого источника быть переданным без ошибок по каналу с АБГШ с полосой 10 кГц и отношением сигнал/шум 20 дБ?

в) найти отношение сигнал/шум необходимое для передачи без ошибок в пункте б);

г) найти полосу, требуемую для канала с АБГШ для передачи без ошибок выхода источника, если отношение сигнал/шум составляет 20 дБ.

5. Пусть *X* является случайной величиной с плотностью вероятности  и пусть , где *a* и *b* являются константами. Найти  в терминах .

6. Найти дифференциальную энтропию гауссовской случайной величины *X* с нулевым математическим ожиданием и дисперсией .

7. Рассмотрим канал с АБГШ, то есть , где *X* и *Y* вход и выход канала, соответственно, а *n* – АБГШ с нулевым математическим ожиданием и дисперсией . Найти  в случае, когда вход *X* является гауссианом с нулевым математическим ожиданием и дисперсией .

**Задание для самостоятельной работы № 8**

Помехоустойчивое кодирование

1. Показать, что код  является линейным.

2. Показать, что код  не является линейным.

3. Рассмотрим следующие кодовые векторы:

,

,

.

а) Найти расстояния Хэмминга ,  и .

б) Показать, что .

4. Рассмотрим код . Показать, что  позволяет исправить одну ошибку и не исправляет для случая вектора ошибки .

5. Для систематического линейного блокового кода (6, 3) проверочные биты , ,  формируются с использованием следующих выражений:

,

,

.

а) Построить порождающую матрицу .

б) Построить все возможные кодовые слова.

в) Допустим, что принятое слово . Декодировать это принятое слово, находя позицию ошибки, и определить переданные биты данных.

6. Дан код с проверочной матрицей вида:

.

а) Определить порождающую матрицу .

б) Найти кодовое слово, которое начинается с .

в) Допустим, что принятое слово . Декодировать это принятое слово.

7. Код с повторениями, в котором каждый символ (0 или 1) повторяется *n* раз, является (*n*, 1) блоковым кодом. В этом коде существует только два кодовых слова. Первое кодовое слово состоит из одних нулей, второе – из одних единиц. Рассмотрим код с повторениями для .

а) Построить порождающую матрицу  для (5, 1) блокового кода.

б) Используя матрицу *G*, найти все кодовые слова.

в) Найти проверочную матрицу *H* для этого кода.

г) Показать, что .

8. Рассмотрим (5, 1) блоковый код из задачи № 7.

а) Вычислить синдром  для пяти возможных векторов ошибки, описывающих наличие ошибки только в одном бите.

б) Повторить предыдущий пункт для десяти возможных векторов ошибки, описывающих наличие ошибки в двух битах.

в) Показать, что (5, 1) код с повторениями способен исправлять до двух ошибок.

**Контрольная работа № 1**

**Вариант № 1**

1. Пусть *X* – дискретный источник без памяти, генерирующий символы *x*1, *x*2, *x*3, *x*4 с вероятностями *P*(*x*1) = 0.4, *P*(*x*2) = 0.3, *P*(*x*3) = 0.2, *P*(*x*4) = 0.1. Найти энтропию *H*(*X*) источника и определить количество информации, содержащееся в сообщениях *x*1*x*2*x*1*x*3, *x*4*x*3*x*3*x*2.

2. Пусть *X* – дискретный источник без памяти, генерирующий пять равновероятных символов. Построить код Шеннона-Фано для источника *X* и вычислить эффективность и избыточность рассмотренного кода. Построить код Хаффмана для источника *X* и вычислить эффективность и избыточность рассмотренного кода. Сравнить результаты, полученные в двух случаях кодирования.

4. Дан двоичный канал связи. Входной символ *X* канала может принимать два значения: 0 или 1. Аналогичные значения принимает выходной символ *Y*. Поскольку в канале присутствует шум входное значение 0 может быть преобразовано в выходное 1 и наоборот. Канал описывается вероятностями , , ,  определенными следующим образом: , , , , где  и  представляют события  и , соответственно, а  и  события  и , соответственно. Кроме того,  и , . Для решения какое из двух сообщений было передано, на основе полученных данных, предлагается использовать следующий критерий:

1. *На приемной стороне произошло событие .* Решаем, что событие на входе канала – , если  и решаем, что событие на входе канала – , если .

2. *На приемной стороне произошло событие .* Решаем, что событие на входе канала – , если  и решаем, что событие на входе канала – , если .

Данный критерий принятия решения называется критерием максимума апостериорной вероятности (МАВ-критерий). Найти:

а) область значений вероятности , для которой МАВ-критерий определяет, что событие на входе канала – , если на приемной стороне произошло событие ;

б) область значений вероятности , для которой МАВ-критерий определяет, что событие на входе канала – , если на приемной стороне произошло событие ;

в) область значений вероятности , для которой МАВ-критерий определяет, что событие на входе канала – , если не имеет значения какое событие  или  произошло на приемной стороне;

г) область значений вероятности , для которой МАВ-критерий определяет, что событие на входе канала – , если не имеет значения какое событие  или  произошло на приемной стороне.

**Вариант № 2**

1. Пусть *X* – двоичный источник без памяти, генерирующий символы *x*1, *x*2. Доказать, что энтропия источника *H*(*X*) является максимальной в случае, когда символы *x*1, *x*2 выпадают равновероятно.

2. Пусть *X* – дискретный источник без памяти, генерирующий символы *x*1, *x*2, *x*3, *x*4, *x*5 с вероятностями *P*(*x*1) = 0.4, *P*(*x*2) = 0.19, *P*(*x*3) = 0.16, *P*(*x*4) = 0.15, *P*(*x*5) = 0.1. Построить код Шеннона-Фано для источника *X* и вычислить эффективность и избыточность рассмотренного кода. Построить код Хаффмана для источника *X* и вычислить эффективность и избыточность рассмотренного кода. Сравнить полученные результаты.

3. Дан двоичный канал связи. Входной символ *X* канала может принимать два значения: 0 или 1. Аналогичные значения принимает выходной символ *Y*. Поскольку в канале присутствует шум входное значение 0 может быть преобразовано в выходное 1 и наоборот. Канал описывается вероятностями , , ,  определенными следующим образом: , , , , где  и  представляют события  и , соответственно, а  и  события  и , соответственно. Кроме того,  и , . Для решения какое из двух сообщений было передано, на основе полученных данных, предлагается использовать следующий критерий:

1. *На приемной стороне произошло событие .* Решаем, что событие на входе канала – , если  и решаем, что событие на входе канала – , если .

2. *На приемной стороне произошло событие .* Решаем, что событие на входе канала – , если  и решаем, что событие на входе канала – , если .

Данный критерий принятия решения называется критерием максимума апостериорной вероятности (МАВ-критерий). Найти:

а) область значений вероятности , для которой МАВ-критерий определяет, что событие на входе канала – , если на приемной стороне произошло событие ;

б) область значений вероятности , для которой МАВ-критерий определяет, что событие на входе канала – , если на приемной стороне произошло событие ;

в) область значений вероятности , для которой МАВ-критерий определяет, что событие на входе канала – , если не имеет значения какое событие  или  произошло на приемной стороне;

г) область значений вероятности , для которой МАВ-критерий определяет, что событие на входе канала – , если не имеет значения какое событие  или  произошло на приемной стороне.

**Контрольная работа № 2**

**Вариант № 1**

1. С использованием LZW кодирования выполнить операции кодирования и декодирования следующей последовательности символов: 39, 39, 126, 126, 39, 39, 126, 126. Составить словарь по закодированному сообщению.

2. Даны два двоичных канала, которые соединены последовательно. Для первого канала переходные вероятности принимают вид: , , , ; для второго – , , , .

Найти:

а) матрицу канала для итогового канала;

б)  и , если известно, что .

3. Рассмотрим канал с АБГШ, то есть , где *X* и *Y* вход и выход канала, соответственно, а *n* – АБГШ с нулевым математическим ожиданием и дисперсией . Найти  в случае, когда вход *X* является гауссианом с нулевым математическим ожиданием и дисперсией .

4. Для систематического линейного блокового кода (6, 3) проверочные биты , ,  формируются с использованием следующих выражений:

,

,

.

а) Построить порождающую матрицу .

б) Построить все возможные кодовые слова.

в) Допустим, что принятое слово . Декодировать это принятое слово, находя позицию ошибки, и определить переданные биты данных.

**Вариант № 2**

1. С использованием арифметического кодирования выполнить операции кодирования и декодирования сообщения из пяти символов, порожденного четырехсимвольным источником: *a*1*a*2*a*3*a*3*a*4. Вероятности выпадения символов следующие: *P*(*a*1) = 0.2, *P*(*a*2) = 0.2, *P*(*a*3) = 0.4, *P*(*a*4) = 0.2.

2. Дан двоичный канал со стираниями, матрица канала которого имеет вид: .

а) нарисовать диаграмму переходов;

б) найти ,  и , если известно, что , а .

3. Найти дифференциальную энтропию гауссовской случайной величины *X* с нулевым математическим ожиданием и дисперсией .

4. Дан код с проверочной матрицей вида:

.

а) Определить порождающую матрицу .

б) Найти кодовое слово, которое начинается с .

в) Допустим, что принятое слово . Декодировать это принятое слово.

**1.2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

**Список вопросов к зачету**

1. Определение теории информации применительно к системам передачи.
2. Понятие информации, сообщения, символа, сигнала, данных.
3. Определение передачи информации. Модель передачи информации по каналу связи по К. Шеннону.
4. Информация одного события.
5. Определение дискретного источника без памяти.
6. Аксиомы для определения количества информации.
7. Энтропия. Аксиоматическое определение энтропии.
8. Энтропия двоичного источника (функция Шеннона).
9. Избыточность источника. Относительная избыточность.
10. Скорость появления символов. Информационная производительность источника.
11. Понятие кодирования источника, кодера источника, кода источника, кодового слова.
12. Что такое кодовое дерево?
13. Определение средней длины кодового слова, эффективности кода (фактор сжатия), избыточности кода.
14. Теорема кодирования источника.
15. Классификация кодов: коды фиксированной длины, коды переменной длины, индивидуальные (несовпадающие) коды, префиксные коды, однозначно декодируемые коды, мгновенные коды, оптимальные коды.
16. Неравенство Крафта.
17. Энтропийное кодирование. Кодирование Шеннона–Фано. Кодирование Хаффмана.
18. Определение условной и совместной вероятностей. Формула Байеса. Полная вероятность. Теорема Байеса. Независимые события.
19. Понятие взаимной и условной информации. Взаимная информация для случая независимых и жестко связанных источников.
20. Совместная и условная энтропии. Совместная энтропия для случая независимых и связанных источников.
21. Задача сжатия данных. Несущественная информация и избыточность. Кодирование без потерь и с потерями. Степень сжатия.
22. Алгоритм LZW. Кодирование и декодирование. Построение словаря (кодовой книги).
23. Арифметическое кодирование. Кодирование и декодирование.
24. Определение дискретного канала без памяти. Матрица канала. Диаграмма переходов.
25. Двоичный симметричный канал (матрица канала, диаграмма переходов, условная и взаимная информации, передача информации без ошибок и отсутствие передачи).
26. Передача информации. Среднее значение информации, передаваемое по каналу. Пропускная способность канала на символ. Пропускная способность канала в секунду.
27. Примеры каналов связи, их матрицы каналов, пропускные способности, среднее значение информации, передаваемое по каналу (канал без потерь, детерминированный канал, канал без помех, двоичный симметричный канал, двоичный симметричный канал со стираниями). Теорема кодирования канала.
28. Непрерывный канал и непрерывный источник. Дифференциальная энтропия. Канал с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ). Пропускная способность канала с АБГШ на символ. Пропускная способность канала с АБГШ в секунду.
29. Помехоустойчивое (корректирующее) кодирование. Принципы декодирования с исправлением ошибок. Классификация помехоустойчивых кодов.
30. Линейные блочные коды.
31. Циклические коды.
32. Сверточные коды.

**Критерии оценивания ответов на вопросы билета**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Критерий** | **Пороговый уровень**  **(на «удовлетворительно»)** | **Продвинутый уровень  (на «хорошо»)** | **Высокий**  **уровень  (на «отлично»)** |
| **Соответствие ответа вопросу** | Хотя бы частичное (не относящееся к вопросу не подлежит проверке) | Полное | Полное |
| **Наличие примеров** | Имеются отдельные примеры | Много примеров | Есть практически ко всем утверждениям |
| **Содержание ответа** | Понятийные вопросы изложены с классификациями, проблемные с постановкой проблемы и изложением различных точек зрения. Имеются ошибки или пробелы. | Ответ почти пол-ный, без ошибок, не хватает отдель-ных элементов и тонкостей | Исчерпываю-щий полный ответ |

**2. Описание процедуры выставления оценки**

Изучение дисциплины заканчивается зачетом. Для подготовки ответа на вопрос билета отводится не менее 40 минут.

Оценка «зачтено» выставляется, если ответ на вопрос билета дан не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «не зачтено» выставляется, если ответ на вопрос билета дан ниже, чем на пороговом уровне.

**Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины**

**«Основы теории информации»**

**Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой усвоения учебного материала по дисциплине «Основы теории информации»является самостоятельная работа студента, причем в достаточно большом объеме. По всем темам предусмотрены задания самостоятельной работы, на которых происходит закрепление изученного материала и отработка необходимых навыков.

Изучение дисциплины заканчивается зачетом. Оценка выставляется на основании уровня сформированности указанных компетенций, который оценивается как средняя оценка по совокупности параметров: оценки за самостоятельные задания и ответы на вопросы билета.

Освоить вопросы данной дисциплины самостоятельно студенту достаточно сложно. Посещение всех предусмотренных практических занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных самостоятельных занятий в течение семестра сдать зачет практически невозможно.