

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра общей математики

УТВЕРЖДАЮ

Декан физического факультета



(подпись) И.С. Огнев

«23» мая 2023 г.

Рабочая программа дисциплины
«Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

Направление подготовки
«11.03.01 Радиотехника»

Направленность (профиль)
«00 Радиотехника»

Форма обучения
очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от «18» апреля 2023 года, протокол № 8

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от «3» мая 2023 года

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины.

Дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, относится к фундаменту профессионального образования и содействует формированию мировоззрения.

Целью преподавания дисциплины является ознакомление обучающихся с основами алгебры и аналитической геометрии, их важнейшими понятиями, результатами и методами, а также подготовка студентов к изучению других дисциплин.

В процессе обучения студенты должны усвоить методику построения алгебраических структур, внутреннюю логику, связывающую линейную алгебру и аналитическую геометрию, и приобрести навыки исследования и решения задач алгебры и аналитической геометрии.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Данная дисциплина относится к обязательной части Блока Б1 и является частью модуля «Высшая математика».

Дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» относится к числу важнейших фундаментальных математических дисциплин в силу особой значимости её материала для подготовки бакалавра. Знания и навыки, полученные при изучении дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра», используются студентами в процессе изучения всех общепрофессиональных и специальных дисциплин.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Общепрофессиональные компетенции		
ОПК-1. Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности	ИД-ОПК-1.1 Осуществляет постановку задачи, выбирает способ ее решения.	Знать, уметь, владеть: - основные понятия и результаты алгебры и аналитической геометрии; - методы решения важнейших задач; - реализовывать основные способы и алгоритмы решения задач; - применять понятия, результаты и методы геометрии и алгебры в других разделах математики.
	ИД-ОПК-1.2 Применяет математический аппарат, физические законы и теории для решения прикладных и теоретических задач.	Знать, уметь, владеть: - употребление необходимой терминологии; - навыками систематического и результативного применения алгебраического и геометрического аппарата; - навыками применения компьютера для решения алгебраических и геометрических задач.

4. Объём, структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет **7** зачёт. ед., **252** акад. час. Из них:

1 семестр - **4** зачёт. ед., **144** акад. час.;

2 семестр - **3** зачёт. ед., **108** акад. час.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоёмкость (в академических часах)						Формы текущего кон- троля успеваемости Форма промежуточ- ной аттестации (по семестрам) Формы ЭО и ДОТ (при наличии)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА		7	7				7	Диалог-собеседование, задания для самостоя- тельной работы
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							4	Материалы в LMS Moodle: - видео-разбор теоретиче- ских вопросов и практи- ческих задач; - задачи для самоподго- товки
2	МАТРИЦЫ		6	6		1		7	Опрос; задания для само- стоятельной работы; ре- шение задач; подготовка докладов; подготовка презентаций
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							4	Материалы в LMS Moodle: - видео-разбор теоретиче- ских вопросов и практи- ческих задач; - задачи для самоподго- товки; - задачи для самостоя- тельного решения;
3	СИСТЕМЫ ЛИНЕЙ- НЫХ УРАВНЕНИЙ		7	7		1		7	Опрос; задания для само- стоятельной работы; ре- шение задач; подготовка докладов; подготовка презентаций
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							4	Материалы в LMS Moodle: - видео-разбор теоретиче- ских вопросов и практи- ческих задач; - задачи для самоподго- товки; - задачи для самостоя- тельного решения;

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоёмкость (в академических часах)						Формы текущего кон- троля успеваемости Форма промежуточ- ной аттестации (по семестрам) Формы ЭО и ДОТ (при наличии)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
4	ЛИНЕЙНЫЕ КОМБИНАЦИИ И БАЗИСЫ		7	7		1		7	Опрос; задания для самостоятельной работы; решение задач. Контрольная работа №1
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							4	Материалы в LMS Moodle: - видео-разбор теоретических вопросов и практических задач; - задачи для самоподготовки; - задачи для самостоятельного решения;
5	ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ		7	7		1		7	Опрос; задания для самостоятельной работы; решение задач; подготовка докладов; подготовка презентаций Контрольная работа №2
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							4	Материалы в LMS Moodle: - видео-разбор теоретических вопросов и практических задач; - задачи для самоподготовки; - задачи для самостоятельного решения
								2	<i>Контрольная работа по пройденным темам в LMS Moodle</i>
	Консультация перед экзаменом					2			
	Промежуточная аттестация						0,5	33,5	Экзамен за 1 семестр
	Всего за 1 семестр	1	34	34		6	0,5	69,5	144
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							22	

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоёмкость (в академических часах)						Формы текущего кон- троля успеваемости Форма промежуточ- ной аттестации (по семестрам) Формы ЭО и ДОТ (при наличии)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
6	КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА		7	7		1		4	Опрос; задания для само- стоятельной работы; ре- шение задач; подготовка докладов; подготовка презентаций
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							3	Материалы в LMS Moodle: - видео-разбор теоретиче- ских вопросов и практи- ческих задач; - задачи для самоподго- товки; - задачи для самостоя- тельного решения;
7	ПОВЕРХНОСТИ ВТО- РОГО ПОРЯДКА		6	6		1		4	Опрос; задания для само- стоятельной работы; ре- шение задач; подготовка докладов; подготовка презентаций. Контрольная работа №3
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							3	Материалы в LMS Moodle: - видео-разбор теоретиче- ских вопросов и практи- ческих задач; - задачи для самоподго- товки; - задачи для самостоя- тельного решения;
8	ЛИНЕЙНЫЕ ОТОБРА- ЖЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ПРОСТРАНСТВ		7	7		1		3	Опрос; задания для само- стоятельной работы; ре- шение задач; подготовка докладов; подготовка презентаций
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							2	Материалы в LMS Moodle: - видео-разбор теоретиче- ских вопросов и практи- ческих задач; - задачи для самоподго- товки; - задачи для самостоя- тельного решения;

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоёмкость (в академических часах)						Формы текущего кон- троля успеваемости Форма промежуточ- ной аттестации (по семестрам) Формы ЭО и ДОТ (при наличии)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
9	ЕВКЛИДОВЫ И НОР- МИРОВАННЫЕ ПРО- СТРАНСТВА		7	7		1		3	Решение задач.
	в том числе с ЭО и ДОТ							2	Материалы в LMS Moodle: - конспект-разбор теоре- тических вопросов и практических задач; - задачи для самоподго- товки; - задачи для самостоя- тельного решения
10	КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ И ОСНОВНАЯ СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕО- РЕМА		7	7		1		3	Решение задач.
	в том числе с ЭО и ДОТ							2	Контрольная работа по пройденным темам в LMS Moodle
								2	Контрольная работа по пройденному курсу в LMS Moodle
	Консультация перед эк- заменом					2			Материалы в LMS Moodle: - конспект-разбор теоре- тических вопросов и практических задач; - задачи для самоподго- товки; - задачи для самостоя- тельного решения
	Промежуточная аттеста- ция						0,5	33,5	Экзамен за 2 семестр
	Всего за 2 семестр	2	34	17		6	0,5	50,5	108
	в том числе с ЭО и ДОТ							14	
	ИТОГО	1,2	68	51		12	1	120	252
	в том числе с ЭО и ДОТ							36	

Содержание разделов дисциплины:

Тема 1. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

1. Сложение и умножение комплексных чисел. Действительная, мнимая части, модуль и аргумент

2. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Умножение к.ч. в тригонометрической форме
3. Корни из комплексных чисел. Геометрическая интерпретация
4. Решение уравнений с комплексными коэффициентами

Тема 2. МАТРИЦЫ

1. Умножение и сложение матриц, некоммутативность умножения
2. Вычислительный аспект умножения матриц
3. Алгоритм Штрассена
4. Умножение блочных матриц
5. Обратная матрица и ее нахождение

Тема 3. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

1. Определители второго и третьего порядка, их вычисление. Примеры
2. Системы уравнений второго порядка, исследование множества решений. Примеры
3. Системы уравнений третьего порядка, исследование множества решений. Примеры
4. Общие свойства определителей. Разложение по строке и столбцу. Примеры
5. Определитель произведения матриц. Определитель транспонированной матриц Примеры
6. Определитель обратной матрицы. Критерий существования обратной матрицы. Примеры.
7. Решение уравнений методом Гаусса

Тема 4. ЛИНЕЙНЫЕ КОМБИНАЦИИ И БАЗИСЫ

1. Линейная зависимость и независимость
2. Транзитивность линейной зависимости
3. Монотонность числа линейно независимых векторов
4. Базис и размерность
5. Дополнение до базиса
6. Существование базиса
7. Матрицы и линейные отображения
8. Ранг матрицы

Тема 5. ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ

1. Прямая на плоскости, различные способы задания. Направляющий вектор прямой. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Примеры
2. Прямая в пространстве, различные способы задания. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Примеры.
3. Векторы и операции над ними. Скалярное произведение векторов. Ортонормированный базис, выражение скалярного произведения в этом базисе. Примеры.
4. Уравнение плоскости, различные способы задания. Угол между плоскостями. Условия перпендикулярности и параллельности плоскостей. Примеры.
5. Типичные задачи для плоскостей в пространстве. Примеры.
6. Расстояние от точки до плоскости.
7. Векторное произведение векторов. Основные свойства.
8. Векторное произведение векторов в ортонормированном базисе. Задачи о плоскости в терминах векторного произведения.
9. Смешанное произведение векторов. Основные свойства. Смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе. Условие компланарности векторов.

Тема 6. КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА

1. Квадратичные многочлены от двух переменных. Приведение к каноническому виду. Примеры
2. Поворот декартовой системы координат. Примеры.
3. Эллипс. Геометрия. Уравнения касательной. Примеры.
4. Гипербола. Геометрия. Уравнения касательной. Примеры.
5. Парабола. Геометрия. Уравнения касательной. Примеры.

Тема 7. ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

1. Квадратичные многочлены от трех переменных. Приведение к каноническому виду. Примеры
2. Эллипсоид. Геометрия. Примеры.
3. Однополостный гиперболоид. Геометрия. Примеры.
4. Двуполостный гиперболоид. Геометрия. Примеры.
5. Эллиптический конус. Геометрия. Примеры.
6. Эллиптический параболоид. Геометрия. Примеры.
7. Гиперболический параболоид. Геометрия. Примеры.
8. Цилиндрические поверхности. Геометрия. Примеры.

Тема 8. ЛИНЕЙНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ПРОСТРАНСТВ

1. Линейные пространства. Определения свойства. Координатное пространство. Примеры
2. Пространство многочленов. Базисы. Примеры.
3. Прямая сумма подпространств. Дополнительные подпространства и проекции. Теорема Грасмана. Примеры.
4. Вычисление подпространств. Примеры.
5. Линейные отображения и матрицы. Примеры.
6. Матрица линейного отображения в базисе. Примеры.
7. Композиция линейных отображений и умножение матриц. Примеры.
8. Преобразование матрицы линейного отображения при замене базиса. Примеры.
9. Подобные матрицы. Примеры.
10. Инвариантные подпространства. Ядро и образ. Равенство $\dim \text{Ker} A + \dim \text{Im} A = \dim V$.
11. Собственные значения и собственные векторы. Характеристический многочлен матрицы. Примеры.
12. Канонический вид линейного преобразования (матрицы). Примеры.
13. Матрицы Фурье.

Тема 9. ЕВКЛИДОВЫ И НОРМИРОВАННЫЕ ПРОСТРАНСТВА

1. Нормированное пространство. Определение, свойства. Примеры.
2. Нормированное пространство. R^n и C^n . Примеры.
3. Нормированное пространство. Пространство многочленов $R[x]$.
4. Нормированное пространство. Пространство непрерывных функций.
5. Евклидово пространство. Определения, свойства. Неравенство Коши-Буняковского. Тождество параллелограмма. Примеры
6. Ортогональное дополнение и его вычисление. Базисы. Примеры.
7. Симметричные и кососимметричные матрицы. Примеры. Размерность подпространств симметричных и кососимметричных матриц. Разложение матрицы на сумму симметричной и кососимметричной матриц.
8. Матрица Грама. Определения, свойства.
9. Теорема о перпендикуляре. Вычисление перпендикуляра. Примеры.
10. Ортогонализация Грама-Шмидта. Примеры.

Тема 10. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ И ОСНОВНАЯ СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРЕМА

1. Квадратичные формы в евклидовом пространстве. Канонический вид. Примеры
2. Ортогональные матрицы. Примеры.
3. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Базисы. Примеры.
4. Закон инерции. Примеры.
5. Вариационное описание собственных чисел и основная спектральная теорема.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

Академическая лекция, как правило, состоит из трех частей: вступления (введения), изложения и заключения:

Вступление (введение) определяет тему, план и цель лекции. Оно призвано заинтересовать и настроить аудиторию, сообщить, в чём заключается предмет лекции и (или) её актуальность, основная идея (проблема, центральный вопрос), связь с предыдущими и последующими занятиями, поставить её основные вопросы. Введение должно быть кратким и целенаправленным.

Изложение является основной частью лекции, в которой реализуется научное содержание темы, ставятся все узловые вопросы, приводится вся система доказательств с использованием наиболее целесообразных методических приемов. Каждое теоретическое положение должно быть обосновано и доказано, приводимые формулировки и определения должны быть четкими, насыщенными глубоким содержанием.

Заключение обобщает в кратких формулировках основные идеи лекции, логически ее завершая. В заключении могут даваться рекомендации о порядке дальнейшего изучения основных вопросов лекции самостоятельно по указанной литературе.

Лекция с разбором конкретных ситуаций – это по форме та же лекция-дискуссия, но на обсуждение преподаватель ставит не вопрос, а конкретную ситуацию. Как правило, такая ситуация представляется устно или в очень короткой видеозаписи, поэтому изложение ее должно быть очень кратким, но содержать достаточную информацию для оценки характерного явления и обсуждения (так называемая микро-ситуация). Слушатели анализируют и обсуждают ее сообща, всей аудиторией. Преподаватель старается активизировать участие в обсуждении отдельными вопросами, обращенными к отдельным слушателям, выясняет их оценку суждениям коллег, предлагает сопоставить с собственной практикой, «сталкивает» между собой различные мнения и тем развивает дискуссию, стремясь направить ее в нужное русло. Затем, опираясь на правильные высказывания и анализируя неправильные, ненавязчиво, но убедительно подводит аудиторию к коллективному выводу или обобщению.

Обобщающая лекция – проводится в завершение изучения раздела или темы для закрепления знаний. На лекции вновь выделяются основные вопросы, используются обобщающие таблицы, схемы, алгоритмы, позволяющие включить усвоенные знания в новые связи и зависимости, переводя их на более высокие уровни усвоения.

Практическое (семинарское) занятие – занятие, посвященное практической отработке у студентов конкретных умений и навыков при изучении дисциплины, закреплению полученных на лекции знаний и оценке результатов обучения в процессе текущего контроля.

На первом практическом занятии в вводной части дается первое целостное представление о дисциплине. Студенты знакомятся с назначением и задачами дисциплины, её ролью и местом в образовательной программе. При этом озвучиваются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы. Продолжительность вводной части составляет не более 10-15 минут.

При проведении практических занятий используются такие инновационные методы обучения, как диалог-собеседование, коллективное обсуждение тематических вопросов, разбор практических ситуаций, нормативных документов, теоретических и методических аспектов по темам дисциплины. Обсуждение и оценка правильности выполненных различного типа заданий, указанных в фонде оценочных средств рабочей программы, производится коллективно студентами под руководством преподавателя.

Консультации – вид учебных занятий, являющиеся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов в течение семестра. На консультациях по инициативе студентов рассматриваются и обсуждаются различные вопросы тематики дисциплины, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

Электронный университет MoodleЯрГУ, в котором присутствуют:

- задания для самостоятельной работы обучающихся по темам дисциплины;
- средства текущего контроля успеваемости;
- презентации и видео лекций по темам дисциплины;
- представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;
- представлена информация о форме и времени проведения консультаций по дисциплине в режиме онлайн;
- посредством форума осуществляется синхронное и (или) асинхронное взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

1) для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- MicrosoftOffice;
- Adobe Acrobat Reader;
- издательская система LaTeX.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php
- Образовательная платформа «ЮРайт» <https://urait.ru/>

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Аналитическая геометрия: учебник для вузов / В. А.Ильин, Э. Г. Позняк; Министерство образования РФ. - 8-изд., стер. - Москва: Физматлит, 2019. - 223 с. - (Курс высшей математики и математической физики / под редакцией А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова; вып. 3). - ISBN 978-5-9221-1746-3.Текст: электронный. Режим доступа:http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php(ЭБ ЯрГУ)

2.Тыртышников Е.Е. Матричный анализ и линейная алгебра. / Е.Е. Тыртышников — Москва : ИздательствоФизматлит, 2007. — 480 с. — ISBN 978-5-9221-0778-5.

3. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие / И. В. Проскуряков. - Изд. 13-е, стер. - Санкт-Петербург: Лань, 20108. - 480 с.; ISBN 978-5-8114-0707-1

б) дополнительная литература

1. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум для академического бакалавриата / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3588-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/425852>

2. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/488965>

3. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 150 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10594-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/495162>

4. Пахомова, Е. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / Е. Г. Пахомова, С. В. Рожкова. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 110 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08428-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490366>

5. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 340 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01179-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489170>

6. Потапов, А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 309 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01232-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489949>

7. Сабитов, И. Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие для вузов / И. Х. Сабитов, А. А. Михалев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 258 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08941-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/493221>

8. Яблокова С. И. Лекции по курсу "Аналитическая геометрия": учеб. пособие для вузов.. Ч. 1. / С. И. Яблокова; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова, Ред.-издат. совет ун-та - Ярославль: ЯрГУ, 2002. - 107 с.

9. Яблокова С. И. Лекции по курсу "Аналитическая геометрия": учеб. пособие для вузов.. Ч. 2. / С. И. Яблокова; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова, Ред.-издат. совет ун-та - Ярославль: ЯрГУ, 2003. - 111 с.

10. Яблокова С. И. Лекции по курсу "Аналитическая геометрия": учебное пособие для вузов.. Ч.3. / С. И. Яблокова; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова, Ред.-издат. совет ун-та - Ярославль: ЯрГУ, 2004. - 89с.

11. Яблокова С. И. Кривые второго порядка. / С. И. Яблокова; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова, Науч.-метод. совет ун-та - Ярославль: ЯрГУ, 2015.

в) ресурсы сети «Интернет»:

1. Электронный каталог Научной библиотеки ЯрГУ (https://www.lib.uni-yar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php).

2. Электронная библиотечная система (ЭБС) издательства «Юрайт» (<https://www.urait.ru>).

3. Электронная библиотечная система (ЭБС) издательства «Проспект» (<http://ebs.prospekt.org/>).

4. Научная электронная библиотека (НЭБ) (<http://elibrary.ru>)

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, должно быть предусмотрено соответствующее количество мест для обучающихся с учетом ограничений их здоровья. В учебные аудитории должен быть обеспечен беспрепятственный доступ для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья.

Автор:

профессор кафедры общей математики,
д. ф.-м. н., профессор

Е.И. Бережной

Приложение № 1к рабочей программе дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов по дисциплине

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, ха- рактеризующих этапы формирования компетенций

1.1 Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей аттестации

Тема 1. Комплексные числа

Вопросы к проведению диалога-собеседования

1. Формы записи комплексного числа;
2. Связь между формами записи к.ч.;
3. Вычисление модуля и аргумента;
4. Геометрия комплексной плоскости.

Задания для самоподготовки (примерные задачи)

1. Выразить через тригонометрические и гиперболические функции действительного аргумента действительные и мнимые части выражения $\sin(2+i)$, найти модуль и аргумент
2. Упростить выражение, если $z=-2+i$. Изобразить полученное число на комплексной плоскости и записать его в показательной форме

$$\frac{(-1+3i)z + \sqrt{3}(7-i)}{-2z^2 + (-1-7i)}$$

3. Решить уравнение:

$$\frac{3+4i}{z} + \frac{4-i}{3+2i} = \frac{62-50i}{13}$$

4. Найти корни квадратного уравнения

$$iz^2 + (3-2i)z - 6 = 0$$

Тема 2. Матрицы

Вопросы к проведению опроса по теме:

1. Умножение и сложение матриц, некоммутативность умножения
2. Вычислительный аспект умножения матриц
3. Алгоритм Штрассена
4. Умножение блочных матриц
5. Обратная матрица и ее нахождение

Темы для подготовки докладов и презентаций:

- Методы нахождения обратных матриц;
- Методы нахождения произведения матриц.

Задачи:

Задачи 724-732, 735-740, 749-751, 836-847 из книги *Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие / И. В. Проскуряков. - Изд. 13-е, стер. - Санкт-Петербург: Лань, 20108. - 480 с.; ISBN 978-5-8114-0707-1*

Тема 3. Системы линейных уравнений

Темы для подготовки докладов и презентаций:

- Решение СЛУ методом Крамера;
- Решение СЛУ методом Гаусса.

Задачи для самостоятельного решения:

Задачи 689-703 из книги *Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие / И. В. Проскуряков. - Изд. 13-е, стер. - Санкт-Петербург: Лань, 20108. - 480 с.; ISBN 978-5-8114-0707-1*

Тема 4. Линейные комбинации и базисы

Задачи:

1. Проверить, образуют ли базис трёхмерного пространства следующие векторы:

а) $\vec{a}(4; -2; 2)$, $\vec{b}(-3; 3; -4)$, $\vec{c}(2; -4; 3)$

б) $\vec{d}_1(2; 5; 7)$, $\vec{d}_2(1; 1; 2)$, $\vec{d}_3(1; 3; 4)$

2. При каком значении параметра α векторы $\vec{k}(2; \alpha; -2)$, $\vec{m}(3; 0; 4)$, $\vec{n}(-1; 2; 1)$ будут компланарны?

Примеры заданий для самоподготовки:

Установите совместность системы линейных алгебраических уравнений (в случае совместности решение находить не нужно).

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 2x_4 = -5, \\ 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 2, \\ x_2 - x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

Установите совместность системы линейных алгебраических уравнений (в случае совместности решение находить не нужно).

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 20, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 6x_4 = 4. \end{cases}$$

Определите количество базисных (основных) и свободных (неосновных) переменных системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 6x_4 = 1, \\ -3x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 9x_4 = 2. \end{cases}$$

Перечислите всевозможные базисы этой системы.

Определите количество базисных (основных) и свободных (неосновных) переменных системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 - 2x_5 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = -4. \end{cases}$$

Перечислите всевозможные базисы этой системы.

Примеры заданий для КР-1:

1. Даны векторы:

1) $\vec{a} = (-2; 3)$, $\vec{b} = 6\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{c} = \vec{j} - 4\vec{i}$, $\vec{d} = (-1; 0)$;

2) $\vec{a} = -\vec{j}$, $\vec{b} = (2; -1)$, $\vec{c} = (-3; 1)$, $\vec{d} = \vec{j} + 2\vec{i}$.

Для заданных векторов:

а) определите, есть ли среди представленных нулевые и единичные векторы;

б) найдите длины векторов \vec{a} , \vec{c} ;

в) найдите координаты и длину вектора $2\vec{a} - 5\vec{b}$;

г) вычислите $\vec{a} \cdot \vec{a}$, $\sqrt{\vec{c} \cdot \vec{c}}$, $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot \vec{i}$, $(5\vec{a} - 4\vec{d} + 2\vec{i}) \cdot \left(\frac{1}{3}\vec{b} + 5\vec{c} - \vec{d}\right)$;

д) вычислите $\vec{a}(\vec{c} - 2\vec{b}) + 6\vec{d}^2 - \vec{b}^2 + 4\vec{c}(3\vec{d} - \vec{b}) - 2\vec{a}^2$;

е) вычислите направляющие косинусы векторов \vec{a} , $\vec{a} - 2\vec{b}$, $\frac{1}{3}\vec{b} + 5\vec{c} - \vec{d}$;

ж) вычислите углы между вектором \vec{c} и координатными векторами (определите вид углов: острый, тупой, прямой);

з) вычислите углы между векторами \vec{a} и \vec{j} , $(\vec{a} - 2\vec{b})$ и \vec{i} , $(5\vec{a} - 4\vec{d} + 2\vec{i})$ и $\left(\frac{1}{3}\vec{b} + 5\vec{c} - \vec{d}\right)$ (определите вид углов: острый, тупой, прямой);

и) вычислите для вектора \vec{b} проекции на координатные оси,

к) вычислите проекции вектора на вектор: \vec{a} на \vec{j} , $(\vec{a} - 2\vec{b})$ на \vec{i} , $(5\vec{a} - 4\vec{d} + 2\vec{i})$ на $\left(\frac{1}{3}\vec{b} + 5\vec{c} - \vec{d}\right)$.

2. Даны векторы:

1) $\vec{a} = (2; -3)$, $\vec{b} = \vec{j} - 4\vec{i}$, $\vec{d} = (-1; 1,5)$; 2) $\vec{n} = \vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{c} = (-2; -4)$, $\vec{m} = (0; 0)$.

Среди заданных векторов определите линейно независимые и линейно зависящие векторы. Какие векторы образуют базис?

Тема 5. Прямая и плоскость

Вопросы к опросу

1. Запишите основные виды уравнений прямой на плоскости.
2. Перечислите возможные случаи взаимного расположения прямых на плоскости. Сформулируйте признаки параллельности и перпендикулярности прямых.
3. В чем заключается методика определения расстояния между параллельными прямыми?
4. Запишите канонические уравнения кривых второго порядка. Каковы их основные характеристики?
5. Запишите основные виды уравнений плоскости.
6. Перечислите возможные случаи взаимного расположения плоскостей. Сформулируйте признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей.
7. Запишите основные виды уравнений прямой в пространстве.
8. Перечислите возможные случаи взаимного расположения прямой и плоскости. Сформулируйте признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

Примеры задач для самоподготовки и КР-2:

5.1. Даны точки A и B :

1) $A(-3; 1)$, $B(2; -3)$; 2) $A(4; -1)$, $B(-2; -5)$.

Для заданных точек:

- а) составьте уравнение прямой, проходящей через точку A и начало координат;
- б) составьте уравнения прямых, проходящих через точку B и параллельных осям координат;
- в) составьте общее уравнение прямой, проходящей через точку A под углом 120° к оси Ox ;
- г) составьте уравнение прямой в отрезках, проходящей через точку B и отсекающей по оси Oy отрезок длиной в две единицы;
- д) составьте параметрическое уравнение прямой, проходящей через точки A и B .

5.2. Даны вершины треугольника ABC :

1) $A(-4; -5)$, $B(-1; 4)$, $C(5; -2)$; 2) $A(2; 6)$, $B(6; -2)$, $C(-2; 2)$.

Для треугольника ABC :

- а) составьте уравнения всех его сторон;
- б) составьте уравнение прямой в отрезках для медианы, проходящей через вершину A ;
- в) составьте параметрическое уравнение прямой для высоты, проходящей через вершину B ;
- г) составьте общее уравнение прямой для биссектрисы, проходящей через вершину C ;
- д) найдите длину высоты, проведенной из вершины A .

5.3. Дана вершина прямоугольника $ABCD$ и уравнения двух его сторон:

1) $A(-3; 1)$, $3x - 2y + 5 = 0$, $3y + 2x - 4 = 0$;

2) $A(1; -2)$, $3x + 4y - 8 = 0$, $3y - 4x - 6 = 0$.

Для прямоугольника $ABCD$:

- а) составьте уравнения других его сторон;
- б) найдите координаты вершин прямоугольника B , C , D ;
- в) найдите периметр и площадь прямоугольника;
- г) составьте уравнения диагоналей прямоугольника;
- д) найдите угол между диагоналями прямоугольника.

Тема 6. Кривые второго порядка

Вопросы к опросу

1. Что называется кривой второго порядка и какой она имеет вид?
2. Что называется геометрическим местом точек?
3. Что называется окружностью и какова его формула?
4. Что называется эллипсом и какой вид имеет его каноническое уравнение?
5. Как вычисляются фокальное расстояние между фокусами в эллипсе?
6. Что называется эксцентриситетом эллипса и как он вычисляется?
7. Что называется фокальными радиусами эллипса и какова формула их нахождения?

Примеры задач:

Задача 1. Дана кривая. Привести к каноническому виду. Построить и определить вид кривой.

$$6x^2 + 25 - \sqrt{xy} + 2y^2 = 21.$$

Задача 2. Выяснить вид кривой по общему уравнению, найти её параметры и положение в системе координат. Сделать рисунок.

$$3x^2 - 6y^2 - 12x - 108y - 492 = 0.$$

Задача 3. Общее уравнение кривой второго порядка привести к каноническому. Найти координаты центра, координаты вершин и фокусов. Написать уравнения асимптот и директрис. Построить линии на графиках, отметить точки.
 $9x^2+25y^2-18x-100y-116=0$.

Тема 7. Поверхности второго порядка

Примеры вопросов для проведения опроса:

1. По какой формуле вычисляется угол между прямой и плоскостью?
2. Каково условие параллельности прямой и плоскости?
3. Каково условие перпендикулярности прямой и плоскости?
4. Что называется поверхностью второго порядка?
5. Какой вид имеют общие уравнения поверхности второго порядка?
6. Какой вид имеет каноническое уравнение эллипсоида?
7. Чем отличаются формулы однополостного и двухполостного гиперболоида?

Примеры задач:

1. Написать уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(1,8,2)$, $M_2(5,2,6)$, $M_3(5,7,4)$ и найти угол между данной плоскостью и плоскостью OXY .
2. Написать уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(1,8,2)$, $M_2(4,10,9)$, и найти угол между данной прямой и плоскостью $2x+6y-5z+10=0$.
3. Написать уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(10,9,6)$, $M_2(2,8,2)$, $M_3(9,8,9)$, и проверить условия параллельности и перпендикулярности для данной плоскости и плоскости $6x-10y+z-12=0$.
4. Написать уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(10,9,6)$, $M_2(2,8,2)$, $M_3(9,8,9)$, и найти угол между данной плоскостью и осью OXZ .

Контрольная работа №3 (примеры заданий):

1. Написать уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(3,5,4)$, $M_2(5,8,3)$, $M_3(1,3,-1)$, и привести к виду в отрезках на осях.
2. Написать уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(2,4,3)$, $M_2(1,1,4)$, $M_3(4,7,3)$, и найти угол между данной плоскостью и плоскостью OXY .
3. Написать уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(0,4,1)$ и $M_2(3,-5,4)$, и найти угол между данной прямой и плоскостью $x+4y-7z+3=0$.
4. Написать уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(7,5,3)$, $M_2(9,4,4)$, $M_3(4,5,7)$ и проверить условия параллельности и перпендикулярности для данной плоскости и плоскости $x-9y+3z+11=0$.
5. Общее уравнение плоскости имеет вид (напишите)
6. Плоскость, проходящая через начало координат, имеет вид (напишите)

Тема 8. Линейные отображения линейных пространств

Примеры тем для подготовки докладов и презентаций:

Матричная запись линейных отображений
Ранг отображения и его свойства
Изменение матрицы отображения при замене базиса
След отображения и его свойства

Примеры задач:

Задача 1. Образуется ли линейное подпространство пространства R^4 множество V , заданное по правилу:

$$V = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) : x_1 - 2x_3 = 0\}; \quad V = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) : x_3 + x_4 = 1\}.$$

Задача 2. Даны векторы e_1, e_2, e_3, e_4 и a в стандартном базисе пространства R^4 . Требуется:

- убедиться, что векторы e_1, e_2, e_3, e_4 образуют базис пространства R^4 ;
- найти разложение вектора a по этому базису;
- найти угол между векторами e_1 и e_2 .

$$e_1 = (1, 0, -2, 3); e_2 = (0, 1, 3, 2); e_3 = (1, 0, 0, 1); e_4 = (2, 3, 12, 2); a = (9, 12, 5, 8).$$

Задача 3. Найти ортогональный базис подпространства L , заданного системой уравнений, и базис подпространства L^\perp

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$$

Задача 4. Для каждого из следующих множеств геометрических векторов определить, будет ли это множество линейным подпространством пространства V_3 :

- радиус-векторы точек данной плоскости;
- векторы, образующие с данным ненулевым вектором \bar{a} угол α ;
- множество векторов, удовлетворяющих условию $|\bar{x}| = 1$.

Задача 5. Пусть L - множество многочленов степени не выше 2, удовлетворяющих условию $p(1) + p'(1) + p''(1) = 0$. Доказать, что L - линейное подпространство в пространстве P_2 . Найти его базис и размерность. Дополнить базис подпространства до базиса всего пространства.

Тема 9. Евклидовы и нормированные пространства

Примеры задач:

Задача 3. Положим $n = 2$. Проверьте, пожалуйста, выполняется ли в пространстве l^p для $p = 1, 2, \infty$

- равенство параллелограмма: $\|x + y\|_{l^p} + \|x - y\|_{l^p} = 2(\|x\|_{l^p} + \|y\|_{l^p})$;
- теорема Пифагора: если x, y ортогональны, то $\|x + y\|_{l^p}^2 = \|x\|_{l^p}^2 + \|y\|_{l^p}^2$.

Задача 4. Пусть задана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Введем функцию $[x, y] = (x, Ay)$, где (x, Ay) - обычное скалярное произведение в R^3 . Будет ли $[x, y]$ удовлетворять аксиомам скалярного произведения:

- $[x, y] = [y, x]$;
- $[x + y, z] = [x, z] + [y, z]$;
- $[x, x] \geq 0$;
- $[x, x] = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Задача 2. Положим $n = 2$. Существуют ли в пространстве l^p для $p = 1, 2, \infty$ ненулевые векторы x, y , удовлетворяющие соотношениям:

1. $\|x + y\|_p = \|x\|_p + \|y\|_p$;
2. $\|x + y\|_p = \max\{\|x\|_p, \|y\|_p\}$.

Задачи для самоподготовки:

Задачи 1357-1360, 1366 -1367 из книги *Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие / И. В. Проскуряков. - Изд. 13-е, стер. - Санкт-Петербург: Лань, 20108. - 480 с.; ISBN 978-5-8114-0707-1*

Тема 10. Квадратичные формы и основная спектральная теорема

Примеры задач:

Найти канонический вид и матрицу линейного преобразования, которое приведет квадратичную форму к этому виду:

- a) $3x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 6x_1x_2 - 6x_1x_3 - x_2x_3$,
- b) $x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$,
- c) $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$,
- d) $x_1^2 - 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 6x_2x_3$,
- e) $x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3$,
- f) $4x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 3x_2x_3$,
- g) $x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$,
- h) $3x_1^2 - 2x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 3x_1x_3 - x_2x_3$,
- i) $2x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 3x_2x_3$.

Критерии оценки форм текущего контроля

Критерии оценки теста

Тест – инструмент оценивания уровня знаний студентов, состоящий из системы тестовых заданий, стандартизированной процедуры проведения, обработки и анализа результатов.

Оценка «отлично» выставляется при условии правильного ответа студента на более чем 85 % тестовых заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при условии правильного ответа студента на 71-85 % тестовых заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при условии правильного ответа на 56-70 % тестовых заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при условии правильного ответа на 55 % тестовых заданий и менее.

Критерии оценки устного опроса (диалога-собеседования)

Опрос – метод контроля знаний, заключающийся в осуществлении взаимодействия между преподавателем и студентом посредством получения от студента ответов на заранее сформулированные вопросы.

Оценка «отлично» выставляется за полный ответ на поставленный вопрос с включением в содержание ответа лекции, материалов учебников, дополнительной литературы без наводящих вопросов.

Оценка «хорошо» выставляется за полный ответ на поставленный в опрос в объёме лекции с включением в содержание ответа материалов учебников с четкими ответами на наводящие вопросы преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» выставляется за ответ, в котором озвучено более половины требуемого материала, с положительным ответом на большую часть наводящих вопросов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется за ответ, в котором озвучено менее половины требуемого материала или не озвучено главное в содержании вопроса с отрицательными ответами на наводящие вопросы или студент отказался от ответа без предварительного объяснения уважительных причин.

Критерии оценки решения задач

При решении практических заданий разрешено пользоваться табличными, нормативными, специализированными управленческими, вероятностно-статистическими, экономико-финансовыми справочными материалами.

Оценка «отлично» - студент ясно изложил условие решения задания с обоснованием точной ссылкой на формулы / правила / закономерности / явления;

Оценка «хорошо» - студент изложил условие решения задания, но с отдельными не существенными неточностями при ссылках на формулы / правила / закономерности / явления;

Оценка «удовлетворительно» - студент в целом изложил условие решения задания, но с отдельными существенными неточностями при ссылках на формулы / правила / закономерности / явления;

Оценка «неудовлетворительно» - студент не уяснил условие решения задания или решение не обосновал ссылками на формулы / правила / закономерности / явления.

2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Экзамен проводится в письменной форме по билетам, содержащим теоретические вопросы и задачи. На написание теории дается 30 минут, на решение задач отводится 60 минут.

Вопросы для подготовки к экзамену (1 семестр)

1. Сложение и умножение комплексных чисел.
2. Действительная, мнимая части, модуль и аргумент
3. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Умножение к.ч. в тригонометрической форме
4. Корни из комплексных чисел. Геометрическая интерпретация
5. Решение уравнений с комплексными коэффициентами
6. Умножение и сложение матриц, некоммутативность умножения
7. Вычислительный аспект умножения матриц
8. Алгоритм Штрассена

9. Умножение блочных матриц
10. Обратная матрица и ее нахождение
11. Определители второго и третьего порядка, их вычисление. Примеры
12. Системы уравнений второго порядка, исследование множества решений.
13. Системы уравнений третьего порядка, исследование множества решений.
14. Общие свойства определителей. Разложение по строке и столбцу. Примеры
15. Определитель произведения матриц.
16. Определитель транспонированной матриц
17. Определитель обратной матрицы.
18. Критерий существования обратной матрицы. Примеры.
19. Решение уравнений методом Гаусса
20. Линейная зависимость и независимость
21. Транзитивность линейной зависимости
22. Монотонность числа линейно независимых векторов
23. Базис и размерность
24. Дополнение до базиса
25. Существование базиса
26. Матрицы и линейные отображения
27. Ранг матрицы
28. Прямая на плоскости, различные способы задания. Направляющий вектор прямой. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Примеры
29. Прямая в пространстве, различные способы задания. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Примеры.
30. Векторы и операции над ними. Скалярное произведение векторов. Ортонормированный базис, выражение скалярного произведения в этом базисе. Примеры.
31. Уравнение плоскости, различные способы задания. Угол между плоскостями. Условия перпендикулярности и параллельности плоскостей. Примеры.
32. Типичные задачи для плоскостей в пространстве. Примеры.
33. Расстояние от точки до плоскости.
34. Векторное произведение векторов. Основные свойства.
35. Векторное произведение векторов в ортонормированном базисе. Задачи о плоскости в терминах векторного произведения.
36. Смешанное произведение векторов. Основные свойства. Смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе. Условие компланарности векторов.

Вопросы для подготовки к экзамену (2 семестр)

1. Квадратичные многочлены от двух переменных. Приведение к каноническому виду. Примеры
2. Поворот декартовой системы координат. Примеры.
3. Эллипс. Геометрия. Уравнения касательной. Примеры.
4. Гипербола. Геометрия. Уравнения касательной. Примеры.
5. Парабола. Геометрия. Уравнения касательной. Примеры.
6. Квадратичные многочлены от трех переменных. Приведение к каноническому виду. Примеры
7. Эллипсоид. Геометрия. Примеры.
8. Однополостный гиперболоид. Геометрия. Примеры.
9. Двуполостный гиперболоид. Геометрия. Примеры.
10. Эллиптический конус. Геометрия. Примеры.
11. Эллиптический параболоид. Геометрия. Примеры.
12. Гиперболический параболоид. Геометрия. Примеры.
13. Цилиндрические поверхности. Геометрия. Примеры.

14. Линейные пространства. Определения и свойства.
15. Координатное пространство. Примеры
16. Пространство многочленов. Базисы. Примеры.
17. Прямая сумма подпространств. Дополнительные подпространства и проекции. Теорема Грассмана.
18. Вычисление подпространств. Примеры.
19. Линейные отображения и матрицы. Примеры.
20. Матрица линейного отображения в базисе. Примеры.
21. Композиция линейных отображений и умножение матриц. Примеры.
22. Преобразование матрицы линейного отображения при замене базиса.
23. Подобные матрицы. Примеры.
24. Инвариантные подпространства. Ядро и образ. Равенство $\dim \text{Ker} A + \dim \text{Im} A = \dim V$.
25. Собственные значения и собственные векторы. Характеристический многочлен матрицы. Примеры.
26. Канонический вид линейного преобразования (матрицы). Примеры.
27. Матрицы Фурье.
28. Нормированное пространство. Определение, свойства. Примеры.
29. Нормированное пространство. \mathbb{R}^n , \mathbb{C}^n . Примеры.
30. Нормированное пространство. Пространство многочленов \mathbb{R}^n .
31. Нормированное пространство. Пространство непрерывных функций.
32. Евклидово пространство. Определения, свойства. Неравенство Коши-Буняковского. Тождество параллелограмма. Примеры
33. Ортогональное дополнение и его вычисление. Базисы. Примеры.
34. Симметричные и кососимметричные матрицы. Примеры. Размерность подпространств симметричных и кососимметричных матриц. Разложение матрицы на сумму симметричной и кососимметричной матриц.
35. Матрица Грама. Определения, свойства.
36. Теорема о перпендикуляре. Вычисление перпендикуляра. Примеры.
37. Ортогонализация Грама-Шмидта. Примеры.
38. Квадратичные формы в евклидовом пространстве. Канонический вид. Примеры
39. Ортогональные матрицы. Примеры.
40. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Базисы. Примеры.
41. Закон инерции. Примеры.
42. Вариационное описание собственных чисел и основная спектральная теорема.

Образец билета

Примеры экзаменационных билетов (семестр 1):

Билет № 2

1. Умножение матриц и его свойства.
2. Различные виды уравнений прямой на плоскости: векторное, каноническое, параметрические, общее, с угловым коэффициентом, в отрезках. Расстояние от точки до прямой.
3. Задачи

Билет № 3

1. Пространство V_n , $n = 1, 2, 3$. Линейная зависимость векторов из V_n , $n = 1, 2, 3$, и \mathbb{R}^n , $n \in \mathbb{N}$. Свойства линейной зависимости
2. Различные виды уравнений плоскости: в векторной форме, параметрические, общее, в отрезках. Расстояние от точки до плоскости.
3. Задачи

Билет № 14

1. Комплексное число как упорядоченная пара действительных чисел. Операции с комплексными числами, их свойства. Переход к алгебраической форме. Сопряжённое комплексное число, свойства сопряжения. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент.

2. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Геометрический смысл коэффициентов уравнений. Переход от одних уравнений к другим.

3. Задачи

Примеры экзаменационных билетов (семестр 2):

Билет № 9

1. Задача интерполяции многочленами. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Формулы Лагранжа и Ньютона.

2. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен оператора, независимость от базиса. Вычисление собственных значений и собственных векторов.

3. Задачи

Билет № 10

1. Определение и примеры линейных пространств. Линейная зависимость и независимость, их свойства.

2. Ортогональный и ортонормированный базисы в евклидовом пространстве. Преимущества ортонормированного базиса. Ортогонализация Грама - Шмидта.

3. Задачи

Билет № 11

1. Лемма о двух системах векторов. Базис, размерность, координаты. Понятие о бесконечномерных пространствах.

2. Ортогональное дополнение к подпространству евклидова пространства, его свойства. Две задачи о вычислении ортогонального дополнения в \mathbf{R}^n .

3. Задачи

Оценка ответа на экзамене по билетам

Правила выставления оценки:

Оценка теста:

Оценка проставляется по количеству набранных баллов:

менее 50% от максимально возможного количества баллов - неудовлетворительно,

51-69 % от максимально возможного количества баллов - удовлетворительно,

70-74% от максимально возможного количества баллов - хорошо,

75-100% от максимально возможного количества баллов – отлично.

Оценка задачи:

	Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
Правильно определена последовательность решения	+	+	+	-
Правильность расчета	+	+	-	-
Обоснование выводов	+	+	+	-

Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет. Поэтому необходимо постоянно осуществлять контроль над систематической работой студентов. В начале изучения дисциплины студентам необходимо ознакомиться с содержанием разделов дисциплины, с целями и задачами курса, связями с другими дисциплинами, списком основной и дополнительной литературы, графиком консультаций преподавателя.

После лекции студенты обращаются к данным источникам для закрепления знаний по рассмотренным на лекции вопросам. В случае затруднения необходимо обратиться за консультацией к преподавателю в соответствии с утвержденным графиком консультаций.

До очередного практического занятия по рекомендованным источникам студентам необходимо проработать теоретический материал, соответствующий теме занятия. При подготовке к практическим занятиям следует использовать лекции и учебную литературу. На практическом занятии студенты должны принимать активное участие в обсуждении поставленных вопросов, с которыми рекомендуется ознакомиться заранее, а также в решении задач.

Самостоятельная работа студентов состоит в более тщательном изучении предложенного преподавателем теоретического материала, данного на лекциях на основе выложенных в системе Moodle презентаций, конспектов и видеозаписей лекций и дополнительных источников, указанных в списке литературы. Для проверки качества изучения материала к отдельным темам предусмотрены задания для самопроверки.

Задачи для самостоятельного решения формулируются на лекциях и практических занятиях. В качестве них дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на практических занятиях. Впоследствии решение этих задач при наличии вопросов со стороны студентов разбирается на последующих занятиях и/или обсуждается в чате.

Преподаватель оценивает индивидуально работу каждого студента на основании проведенных опросов, решения задач и промежуточных контрольных мероприятий.