

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра математического моделирования

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



П.Н.Нестеров

«18» мая 2021 г.

Рабочая программа дисциплины
«Модели нелинейной оптики»

Направление подготовки
01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль)
«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры математического моделирования
от «13» апреля 2021 года, протокол № 8

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Целями дисциплины «Модели нелинейной оптики» является ознакомление аспирантов с ключевыми асимптотическими методами анализа моделей лазерной динамики.

Цели освоения дисциплины (модуля):

- формирование представления об асимптотических методах, применяемых при исследовании моделей нелинейной оптики;
- ознакомление аспирантов с важнейшими направлениями развития теории бифуркаций;
- формирование представления о методах исследования нелинейных динамических систем с хаотическим поведением;
- формирование способности к восприятию новых научных фактов и гипотез и использованию полученных знаний в процессе образования.

Для достижения поставленной цели предусматривается решение следующих воспитательных, образовательных, а также развивающих практические навыки задач:

- дать знания о современных моделях нелинейной оптики;
- ознакомить слушателей с последними достижениями математического моделирования и нелинейной динамики;
- мотивировать интерес к наблюдению, анализу и обсуждению актуальных проблем нелинейной динамики;
- стимулировать самостоятельную аналитическую работу аспирантов.

2. Место дисциплины в структуре ОП аспирантуры

Дисциплина «Модели нелинейной оптики» относится к вариативной части (дисциплина по выбору) ОП аспирантуры.

Для освоения данной дисциплиной аспиранты должны обладать знаниями по математическому анализу и дифференциальным уравнениям в объеме стандартного университетского курса.

Дисциплина «Модели нелинейной оптики» способствует формированию мировоззрения и развитию математического мышления, а также дальнейшему развитию навыков научно-исследовательской деятельности. Предполагаемое данным курсом освещение центральных тем, базовых понятий и методов современного математического моделирования закладывает основы для более детального изучения и понимания широкого круга специальных вопросов в рамках профильной подготовки по дисциплинам вариативной части профессионального цикла.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП аспирантуры

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Код компетенции	Формулировка компетенции	Перечень планируемых результатов обучения
Профессиональные компетенции		
ПК-3	способностью разрабатывать новые математические модели объектов и явлений, развивать аналитические и приближенные методы их	Знать: общие принципы построения моделей нелинейной оптики, понятие метода

	<p>исследования, выполнять реализацию эффективных вычислительных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента</p>	<p>усреднения, идею метода квазинормальных форм</p> <p>Уметь: пользоваться методом усреднения, находить нормальную форму системы обыкновенных дифференциальных или разностных уравнений второго порядка, пользоваться методами большого параметра,</p> <p>Владеть: навыками методологически грамотного осмысления конкретно-научных проблем.</p>
--	--	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3зач.ед., 108акад.час.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу аспирантов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1.	Раздел 1. Принцип работы и методы анализа оптоэлектронных систем	3	2					6	Самостоятельная работа
2.	Раздел 2. Базовые модели лазерной динамики	3	4					10	Самостоятельная работа
3.	Раздел 3. Модель Ланга – Кобаяши. Моды внешнего резонатора. Низкочастотные	3	4					10	Контрольная работа

	флуктуации								
	Всего за 3 семестр		10					26	
1.	Раздел 3. Модель Ланга – Кобаяши при больших значениях параметра накачки.	4	4					20	Самостоятельная работа
2.	Раздел 4. Другие модели динамики лазера с запаздывающей обратной связью	4	4					42	Контрольная работа
	Всего за 4 семестр		8			2		62	
							0.3	5.7	Зачет
	Всего		18			2	0.3	87.7	

Содержание разделов дисциплины:

Раздел 1. Предварительные сведения

1. Принцип работы лазера
2. Простейшие методы анализа некоторых классов динамических систем
3. О бифуркациях динамических систем
4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с малым параметром
5. Уравнения с запаздыванием и малыми (большими) параметрами

Раздел 2. Базовые модели лазерной динамики

6. Система Максвелла – Блоха
7. Модель Лоренца – Хакена
8. Классическая модель Лоренца и ее свойства
9. Простейшие решения и их характеристика в общем случае
10. Сценарии перехода к хаосу в системе Лоренца – Хакена
11. Уравнения Лоренца – Хакена и классификация лазеров
12. Модель лазера класса В с внешней оптической накачкой

Раздел 3. Система уравнений Ланга – Кобаяши

13. Формулировка задачи
14. Модели внешнего резонатора
15. Устойчивость простейших решений системы Ланга – Кобаяши
16. Условия Петермана – Тейгера, мосты и режимы короткого резонатора
17. Явление когерентного коллапса
18. Низкочастотные флуктуации
19. Асимптотический анализ модели Ланга – Кобаяши при больших значениях параметра накачки
20. Решения системы Ланга – Кобаяши при большом отношении времен затухания инверсии носителей и фотонов

Раздел 4. Другие модели динамики лазера с запаздывающей обратной связью

21. Некоторые модификации модели Ланга – Кобаяши
22. Модель лазера класса В с некогерентной оптической обратной связью и ее модификации
23. Модель полупроводникового лазера с оптическим фильтром
24. Синхронизация мод в лазере и модели для ее описания

5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует аспиранта в системе изучения данной дисциплины. Аспиранты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя.

Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Программное обеспечение для создания и демонстрации презентаций, иллюстраций и других учебных материалов:

- Microsoft Windows (в составе Microsoft Imagine Premium Electronic Software Delivery).
- Microsoft OfficeSTD 2013 RUS OLP NL Acdmc 021-10232 Microsoft Open License №0005279522
- MikTeX (свободно распространяемое ПО).

Для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

а) основная:

1. Глазков, Д. В. Уравнения динамики лазера: учебное пособие / Д. В. Глазков, И. С. Кащенко; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. — Ярославль: ЯрГУ, 2012 — 128 с.
2. Кащенко, С.А. Релаксационные колебания в лазерах / Кащенко С.А., Григорьева Е.В. М.: URSS, [2013]. 265 с.
3. Гукенхеймер, Д. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей / Д. Гукенхеймер, Ф. Холмс. – Москва-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2002.
4. Шильников, Л. П. Методы качественной теории в нелинейной динамике. Ч. 1. / Л. П. Шильников, А. Л. Шильников, Д. В. Тураев, Л. Чуа. – Москва - Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004.
5. Глызин, С.Д. Асимптотические методы нелинейной динамики: учебное пособие / С.Д. Глызин, А.Ю. Колесов; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 2006.
6. Глызин С.Д., Колесов А.Ю. Метод квазинормальных форм: учебное пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 2011. – 106 с.

б) дополнительная:

1. Мищенко, Е. Ф. Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания / Е. Ф. Мищенко, Н. Х.Розов. – М.: Наука, 1975. 248 с.
2. Мищенко, Е. Ф. Периодические движения и бифуркационные процессы в сингулярно возмущенных системах. / Е. Ф. Мищенко, Ю. С. Колесов, А. Ю. Колесов, Н. Х.Розов. – М.: Наука, 1995.
3. Малинецкий, Г.Г.Современные проблемы нелинейной динамики. / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. – М.: УРСС, 2002.
4. Глызин С.Д., Колесов А.Ю. Релаксационные автоколебания в нейронных системах: учебное пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 2013. – 220 с.
5. Арнольд, В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений / В.И. Арнольд. М.: Наука. 1978.

в) ресурсы сети «Интернет»

электронная библиотека <http://www.elibrary.ru>

портал <http://mathnet.ru>

Издательство «Лань»

ELSEVIER (Доступ с ПК университета)

8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

-учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа; групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;

-помещения для самостоятельной работы;

-помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования.

Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

Автор(ы) :

Зав. кафедрой компьютерных сетей,

д.ф.-м.н., профессор С.Д. Глызин

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины
«Модели нелинейной оптики»**

Фонд оценочных средств

**для проведения текущей и промежуточной аттестации аспирантов
по дисциплине**

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

1.1. Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей аттестации

Задания для самостоятельной работы

№	Система	Неподвижные точки	Ляпуновские экспоненты	Размерность
1	$\dot{x} = y$ $\dot{y} = -x + yz$ $\dot{z} = 1 - y^2$	Отсутствуют	0.014, 0, -0.014	3.000
2	$\dot{x} = yz$ $\dot{y} = x - y$ $\dot{z} = 1 - xy$	(1, 1, 0), (-1, -1, 0)	0.210, 0, -1.210	2.174
3	$\dot{x} = yz$ $\dot{y} = x - y$ $\dot{z} = 1 - x^2$	(1, 1, 0), (-1, -1, 0)	0.163, 0, -1.163	2.140
4	$\dot{x} = -y$ $\dot{y} = x + z$ $\dot{z} = xz + 3y^2$	(0,0,0)	0.103, 0, -1.320	2.078
5	$\dot{x} = yz$ $\dot{y} = x^2 - y$ $\dot{z} = 1 - 4x$	(0.25,0.063,0)	0.078, 0, -1.078	2.072
6	$\dot{x} = y + z$ $\dot{y} = -x + 0.5y$ $\dot{z} = x^2 - z$	(0, 0, 0), (-2, -4, -4)	0.117, 0, -0.617	2.190
7	$\dot{x} = 0.4x + z$ $\dot{y} = xz - y$ $\dot{z} = -x + y$	(0, 0, 0), (-2.5, -2.5, 1)	0.034, 0, -0.634	2.054
8	$\dot{x} = -y + z^2$ $\dot{y} = x + 0.5y$ $\dot{z} = x - z$	(0, 0, 0), (-2, -4, -2)	0.117, 0, -0.617	2.190
9	$\dot{x} = -0.2y$ $\dot{y} = x + z$ $\dot{z} = x - z + y^2$	(0,0,0)	0.012, 0, -1.012	2.012

№	Система	Неподвижные точки	Ляпуновские экспоненты	Размерность
10	$\dot{x} = -2z$ $\dot{y} = -2y + z$ $\dot{z} = -x + y + y^2$	(0,0,0)	0.076, 0, -1.076	2.037
11	$\dot{x} = xy - z$ $\dot{y} = x - y$ $\dot{z} = x + 0.3z$	(0, 0, 0), $\frac{1}{9}(30, 30, 100)$	0.038, 0, -0.890	2.042
12	$\dot{x} = y + 3.9z$ $\dot{y} = 0.9x^2 - y$ $\dot{z} = 1 - x$	(1,0.9,-0.231)	0.061, 0, -1.061	2.057
13	$\dot{x} = -z$ $\dot{y} = -x^2 - y$ $\dot{z} = 1.7(1 + x) + y$	(2.406, -5.791, 0), (-0.706, -0.5, 0)	0.044, 0, -1.044	2.042
14	$\dot{x} = -2y$ $\dot{y} = x + z^2$ $\dot{z} = 1 + y - 2z$	(-0.25,0,0.5)	0.076, 0, -2.076	2.037
15	$\dot{x} = y$ $\dot{y} = x - z$ $\dot{z} = x + xz + 2.7y$	(0, 0, 0), (-1, 0, -1)	0.049, 0, -0.319	2.154
16	$\dot{x} = 2.7y + z$ $\dot{y} = -x + y^2$ $\dot{z} = x + y$	(0, 0, 0), (1, -1, 2.7)	0.087, 0, -0.481	2.181
17	$\dot{x} = -z$ $\dot{y} = x - y$ $\dot{z} = 3.1x + y^2 + 0.5z$	(0, 0, 0), (-3.1, -3.1, 0)	0.109, 0, -0.609	2.179
18	$\dot{x} = 0.9 - y$ $\dot{y} = 0.4 + z$ $\dot{z} = xy - z$	($-\frac{4}{9}$, 0.9, -0.4)	0.062, 0, -1.062	2.058
19	$\dot{x} = -x - 4y$ $\dot{y} = x + z^2$ $\dot{z} = 1 + x$	(-1, 1/4, 1), (-1, 1/4, -1)	0.188, 0, -1.188	2.151

Типовые индивидуальные задания

5.2.1. Модель тепловой конвекции. При изучении Фурье-разложений решений классического уравнения Навье-Стокса Лоренц [28] получил систему вида

$$\begin{aligned}X' &= \alpha(Y - X), \\Y' &= rX - Y - XZ, \\Z' &= -bZ + XY,\end{aligned}\tag{5.1}$$

Исследуйте систему Лоренца при

- $a = 10, r = 5$, изменяя b от 0 до 9;
- $a = 10, r = 20$, изменяя b от 0 до 12;
- $a = 10, b = 8/3$, изменяя r от 166 до 167 (проверьте, что при $r = 166$ имеют место устойчивые периодические движения, а при $r = 166.1$ хаотические колебания).

5.2.2. Модель Мариока-Шимицу тепловой конвекции при больших числах Рейнольдса. Эта модель была предложена как альтернативная модели Лоренца (см. [23]).

$$\begin{aligned}X' &= Y, \\Y' &= X - \lambda Y - XZ, \\Z' &= -aZ + X^2.\end{aligned}\tag{5.2}$$

Проанализируйте систему (5.2) при

- $a = 10$, изменяя λ , от 0 до 9;
- $a = 10, 0.5 < \lambda < 0.6$ (убедитесь, что при $\lambda = 0.547, 0.553, 0.555$ происходят бифуркации удвоения периода).

5.2.3. Модель тепловой конвекции Мура и Шпигеля (см. [18, с. 77-79]).

$$\begin{aligned}X' &= Y, \\Y' &= Z - (1 - \delta)Z, \\Z' &= -\rho Z + (1 - \delta Z^2)Y.\end{aligned}\tag{5.3}$$

Изучите сложные колебания системы (5.3) при

- $\delta = 10, \rho > 100$;
- $\delta = 10, \rho > 50$.

Следующие две системы возникают при исследовании нелинейных параболических систем типа реакция-диффузия, родственных уравнению Навье-Стокса.

5.2.4. Двухкомпонентная модель уравнения Курамото-Цудзуки (см. [3]).

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= 2\xi - 2\xi(\xi + \eta) - \xi\eta(\cos\theta + c_1 \sin\theta), \\ \dot{\eta} &= 2\eta - 2\eta(2\xi + 0.75\eta) - 2\xi\eta(\cos\theta - c_2 \sin\theta) - 2k^2\eta, \\ \dot{\theta} &= c_2(2\xi - 0.5\eta) + (2\xi + \eta)\sin\theta + c_2(2\xi - \eta)\cos\theta + 2c_1k^2.\end{aligned}\quad (5.4)$$

Параметры k, c_1, c_2 выбираются равными:

а) $k = c_1 = 1, c_2 = -3.15, -4, -4.05$ (убедитесь, что при этих значениях параметров происходят бифуркации удвоения периода и исследуйте хаотические колебания при $c_2 = 4, 7$);

б) $k = 1, c_1 = 5, -2 > c_2 > -8$ (найдите значение параметра c_2 , при котором происходит первая бифуркация удвоения периода).

5.2.5. Фазовая модель системы n слабо связанных осцилляторов (см. [12]).

$$\dot{\alpha}_j = 2 \sin \alpha_j - \sin \alpha_{j-1} - \sin \alpha_{j+1} + \varkappa(\cos \alpha_{j-1} + \cos \alpha_{j+1}), \quad j = 1, 2, \dots, n-1. \quad (5.5)$$

Исследуйте систему (5.5) в случаях различных граничных условий:

а) $\alpha_0 = \alpha_n = 0, n = 3, 4, \varkappa = 3$;

б) $\alpha_0 = \alpha_n = \alpha_1 + \dots + \alpha_{n-1}, n = 3, \varkappa = 3$.

5.3.1. Модель Дуффинга изогнутого стержня (иногда называемая уравнением Холмса [22]).

$$\begin{aligned}X' &= Y, \\ Y' &= -\delta Y + X(1 - X^2)/2 + f \cos Z, \\ Z' &= \omega.\end{aligned}\quad (5.6)$$

Варианты параметров для численного исследования:

а) $f = 0.15, \delta = 0.05, 0 < \omega < 1.2$;

б) $f = 0.4, \delta = 0.2, 0 < \omega < 1.2$;

в) $\delta = 0.15, \omega = 0.8, 0.1 < f < 0.3$;

г) $\delta = 0.15, \omega = 0.3, 0.2 < f < 0.6$.

Изменяя бифуркационный параметр ω в первых двух вариантах и f в остальных, найдите такие их значения, при которых происходят две первые бифуркации удвоения периода, и исследуйте хаотический режим системы (5.6).

5.3.2. Колебания с провалами арки на шарнирах под воздействием гармонической внешней силы (ферма Мизеса, см. [10, с. 237]).

$$\begin{aligned} X' &= Y, \\ Y' &= -\delta Y + k(1 - \sqrt{b^2 + X^2})X + f \cos Z, \\ Z' &= \omega. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Варианты параметров для численного исследования:

- a) $\delta = 0.1, k = 1, b = 2, f = 0.2, 0 < \omega < 1.5$;
- b) $\delta = 0.1, k = 1, b = 1.5, f = 0.2, 0 < \omega < 1.5$;
- c) $\delta = 0.15, k = 1, b = 2, \omega = 0.8, 0.1 < f < 0.3$.

Изменяя бифуркационные параметры ω или f , найти такие их значения, при которых происходят две первые бифуркации удвоения периода, и исследовать хаотический режим системы (5.7).

5.3.3. Маятник с колеблющейся точкой подвеса (см. [6]).

$$\ddot{\theta} + \beta \dot{\theta} + (1 + A \cos \omega t) \sin \theta = 0. \quad (5.8)$$

Для получения колебаний сложной структуры необходимо выбрать параметры β, A, ω так, чтобы A и ω были велики, а β мало, причем $A \simeq (\beta)^{0.5}$, $\omega \simeq 1/\beta$.

Варианты заданий:

- a) зафиксировав $\beta = 0.01$ и $\omega = 30$ и изменяя A от 5 до 10, добейтесь устойчивости верхнего состояния равновесия маятника $\theta = \pi, \dot{\theta} = 0$;
- b) при $\beta = 0.1$ и $\omega = 40$ найдите значения A , при которых решения уравнения (5.8) изменяются неупорядоченно, и исследуйте такие решения численно.

5.3.4. Модель динамики изогнутого стержня с двумя степенями свободы (см. [22]).

$$\begin{aligned} \ddot{X} + \gamma \dot{X} - 0.5(1 - X^2)X + \beta XY^2 &= f, \\ \ddot{Y} + \delta \dot{Y} + \alpha(1 + \epsilon Y^2)Y + \beta YX^2 &= f_0 + f_1 \cos \omega t. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Зафиксируйте $\gamma = \delta = 0.1, \alpha = 2, \epsilon = 0.05, \beta = 1, f_0 = f_1 = 0.2$ и, изменяя параметры f_1 и ω так, что

- а) $f_1 = 0.4, 0 < \omega < 1.2$ или
 б) $\omega = 0.8, 0.2 < f_1 < 2$

найдите такие их значения, при которых решения (5.9) ведут себя неупорядоченным образом. Исследуйте полученные решения по изложенной схеме.

5.3.5. Модель диффузионного взаимодействия двух одинаковых нелинейных осцилляторов [7].

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= d\xi_2 \cos(\alpha + \delta) + (1 - d \cos(\delta) - \xi_1^2)\xi_1, \\ \dot{\xi}_2 &= d\xi_1 \cos(\alpha - \delta) + (1 - d \cos(\delta) - \xi_2^2)\xi_2, \\ \dot{\alpha} &= -d \left[\frac{\xi_2}{\xi_1} \sin(\alpha + \delta) + \frac{\xi_1}{\xi_2} \sin(\alpha - \delta) \right] + b(\xi_1^2 - \xi_2^2).\end{aligned}\tag{5.10}$$

Здесь ξ_1, ξ_2 — амплитуды колебаний первого и второго осцилляторов соответственно, α — разность фаз между ними.

Изучите перестройки фазового портрета системы (5.10), фиксируя $\delta = -\pi/3, b = 10$ и увеличивая параметр d

- а) от 1.45 до 1.459;
 б) от 1.5 до 1.5075;

проследите за бифуркациями удвоения периода, происходящими с системой (5.10).

При значении параметра $d = 1.7$ изучите числовые размерностные характеристики хаотического аттрактора системы (5.10).

Задания к контрольной работы

5.4.2. Модель вынужденных хаотических колебаний в цепи с нелинейной индуктивностью (уравнение Дуффинга-Уэды [22]).

$$\begin{aligned}X' &= Y, \\ Y' &= -kY - X^3 + B \cos Z, \\ Z' &= 1.\end{aligned}\tag{5.11}$$

Исследуйте систему (5.11) при

- а) $k = 0.25, 5 < B < 15$;
 б) $k = 0.05, 4 < B < 15$;
 в) $b = 12, 0.05 < k < 0.2$.

Изменяя бифуркационные параметры B или k , найдите такие их значения, при которых происходят две первые бифуркации удвоения периода, и исследуйте хаотический режим системы (5.11).

5.4.3. Модель генератора колебаний с отрицательным сопротивлением (модифицированное уравнение Дуффинга-Ван-дер-Поля [22]).

$$\begin{aligned}X' &= Y, \\ Y' &= k(1 - Y^2)Y - X^3 + B \cos Z, \\ Z' &= \omega.\end{aligned}\tag{5.12}$$

Исследуйте систему (5.12) при

- а) $k = 1, \omega = 1, 1 < B < 10$;
 б) $k = 0.5, B = 10, 0.5 < \omega < 1.5$.

Изменяя бифуркационные параметры B или k , найдите такие их значения, при которых происходят две первые бифуркации удвоения периода, и исследуйте хаотический режим системы (5.12).

5.4.1. Модельные электронные схемы Спротта (см. [34])

Таблица 2

№	Система	Начальные условия (x, \dot{x}, \ddot{x})	Ляпуновские экспоненты
1	$\ddot{x} = -2.017\dot{x} \pm \dot{x}^2 - x$	(0, 0, ± 1)	0.055, 0, -2.072
2	$\ddot{x} = -2.8\dot{x} \pm x + x^2$	($\pm 0.5, -1, 1$)	0.002, 0, -0.002
3	$\ddot{x} = -0.44\dot{x} - 2\dot{x} \pm (x^2 - 1)$	(0, 0, 0)	0.105, 0, -0.545
4	$\ddot{x} = -0.5\dot{x} - \dot{x} \pm x \pm x^2$	(0, $\pm 1, 0$)	0.094, 0, -0.594
5	$\ddot{x} = -2\dot{x} \pm (x - 1)$	$\pm(-1, -1, 1)$	0.003, 0, -0.003
6	$\ddot{x} = -0.6\dot{x} - \dot{x} \pm (x - 1)$	(0, 0, 0)	0.036, 0, -0.636
7	$\ddot{x} = -0.3\dot{x} - 0.3\dot{x} - D(x) + 1$	(0, 0, 0)	0.042, 0, -0.342
8	$\ddot{x} = -0.3\dot{x} - 0.3\dot{x} - R(x) - 1$	(0, 0, 0)	0.042, 0, -0.342
9	$\ddot{x} = -2.9\dot{x} \pm (0.7x - D(x) + 1)$	$\pm(0, -0.5, 0.5)$	0.003, 0, -0.003
10	$\ddot{x} = -2.9\dot{x} \pm (0.7x - R(x) - 1)$	$\pm(0, 0.5, -0.5)$	0.003, 0, -0.003
11	$\ddot{x} = -0.5\dot{x} - \dot{x} - x + \text{sgn}(x)$	(0, 1, 0)	0.152, 0, -0.652
12	$\ddot{x} = -0.5\dot{x} - \dot{x} + x - \text{sgn}(x)$	(0, 1, 0)	0.601, 0, -1.101
13	$\ddot{x} = -0.7\dot{x} - \dot{x} - x + H(x)$	(0, 1, 0)	0.085, 0, -0.785
14	$\ddot{x} = -0.4\dot{x} - \dot{x} - x + 2S(x)$	(0, 1, 0)	0.072, 0, -0.472
15	$\ddot{x} = -0.4\dot{x} - \dot{x} + x - 2S(x)$	(0, 1, 0)	0.091, 0, -0.491
16	$\ddot{x} = -0.19\dot{x} - \dot{x} - x + 2 \tanh(x)$	(0, 1, 0)	0.128, 0, -0.318
17	$\ddot{x} = -0.19\dot{x} - \dot{x} + x - 2 \tanh(x)$	(0, 1, 0)	0.067, 0, -0.257
18	$\ddot{x} = -3.7\dot{x} \pm (x - x^3)$	(0, $\pm 0.5, 1$)	0.002, 0, -0.002
19	$\ddot{x} = -0.6\dot{x} + 2.8\dot{x} - \dot{x}^3 - x$	(0, 1, 0)	0.034, 0, -0.634
20	$\ddot{x} = -0.7\dot{x} - \dot{x} + x - x^3$	(0, 1, 0)	0.138, 0, -0.838
21	$\ddot{x} = -0.35\dot{x} - \dot{x} - x + x^3$	(0, 1, 0)	0.082, 0, -0.432
22	$\ddot{x} = -0.2\dot{x} - \dot{x} \pm \sin(x)$	(0, 1, 0)	0.123, 0, -0.323

Принимая $D(x) = \min(x, 0)$, $R(x) = \max(x, 0)$, $H(x) = (\text{sgn}(x)+1)/2$, $S(x) = \text{sgn}(x) \min(|x|, 1)$, определите числовые характеристики хаотических режимов соответствующих систем, постройте сечение Пуанкаре, убедитесь в его фрактальной структуре.

Выполните указанное задание для

а) $G(x) = -\min(Bx, Cx + B - C)$, примите значения параметров ($B = 0.01, C = 1$) или ($B = 0.5, C = 2$)

б) $G(x) = B|x| - 1$, примите значения параметров $B = 0.01, B = 0.5$ или $R = 1$

5.4.4. Модель электрической цепи с трилинейным активным элементом (Цепи Чуа см. номер журнала [27], специально посвященный исследованиям на эту тему.)

$$\begin{aligned}c_1 \dot{V}_1 &= \frac{1}{r}(V_2 - V_1) - g(V_1), \\c_2 \dot{V}_2 &= \frac{1}{r}(V_1 - V_2) - I, \\L \dot{I} &= -V_2,\end{aligned}\tag{5.13}$$

где $g(V_1) = m_0 V - 1 + 0.5(m_1 - m_0)|V_1 + b| + 0.5(m_0 - m_1)|V_1 - b|$.

Зафиксируйте параметры $c_1 = 1/9$, $c_2 = 1$, $L = 1/7$, $m_0 = -0.5$, $m_1 = 0.8$, $b = 1$ и, изменяя параметр r от 0.2 до 0.6, найдите такие его значения, при которых происходят две первые бифуркации удвоения периода. Изучите хаотический режим системы (5.13) при $r = 0.7$.

5.4.5. Модель автогенератора хаотических колебаний на основе туннельного диода [15, с. 84]

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2hx + y - gz, \\ \dot{y} &= -x, \\ \varepsilon \dot{z} &= x - f(z).\end{aligned}\tag{5.14}$$

Здесь h, g — положительные параметры, $\varepsilon > 0$ — мало, а $f(z)$ — характеристика нелинейного элемента.

При $\varepsilon = 0.2$ и $f(z) = 8.592z - 22z^2 + 14.408z^3$ (см. [15]) меняйте параметры h и g в пределах $0.06 < h < 0.15$, $0.75 < g < 0.95$. Фиксируя g и меняя h , получите две первые бифуркации удвоения. Численно исследуйте хаотические режимы системы (5.14).

5.4.6. Автогенератор хаотических колебаний с инерционной нелинейностью [15, с. 86]

$$\begin{aligned}\dot{x} &= mx + y - xz, \\ \dot{y} &= -x, \\ \dot{z} &= -gz + \theta(x)x^2.\end{aligned}\tag{5.15}$$

5.4.7. Кольцевой генератор Дмитриева-Кислова [15, с. 88]

$$\begin{aligned} T\dot{x} &= -x + Mz \exp(-z^2), \\ \dot{y} &= x - y, \\ \dot{z} &= y - 0.1z. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Здесь T, M — положительные параметры.

Фиксируя M в пределах от 2 до 8 и меняя $1 < g < 6$, получите две первые бифуркации удвоения. Численно исследуйте различные хаотические режимы системы (5.16).

Следующие две модели описывают динамику движений при электромагнитных взаимодействиях.

5.4.5. Вынужденные движения вращающегося диполя в магнитных полях (в частности, такая модель описывает поведение стрелки компаса в колебательном или вращательном магнитном поле).

$$J\ddot{\theta} + \gamma\dot{\theta} + \varkappa \sin \theta = F_0 \cos \theta \cos \omega t \quad (5.17)$$

Изучите процесс возникновения хаотических колебаний уравнения (5.17) при

- a) $J = \varkappa = 1, \gamma = 0.5, F_0 = 3, 0.5 < \omega < 2.5$;
- b) $J = \varkappa = 1, \gamma = 0.5, F_0 = 7, 0.1 < \omega < 2.5$.

5.4.6. Динамика частицы, движущейся в бегущем электрическом поле (такие же уравнения возникают при изучении вынужденных колебаний математического маятника).

$$\begin{aligned} X' &= Y, \\ Y' &= -\delta Y - \alpha X + g(kX - Z), \\ Z' &= \omega. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Варианты для численного исследования:

- a) $\alpha = 1, \delta = 0.01, g(kX - Z) = f \sin(X - Z), f = 2, 10 < \omega < 50$;
- b) $\alpha = 1, \delta = 0.01, g(kX - Z) = f \cos(Z), f = 5, 10 < \omega < 50$;

Найти значения, при которых система (5.18) имеет хаотические колебания, и определить характеристики этих колебаний.

Задача 1. На плоскости параметров α, β системы

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x - 2y + \alpha x(x^2 + y^2), \\ \dot{y} &= x - y + \beta xy - y(x^2 + y^2),\end{aligned}\tag{1.59}$$

построить область, для которой реализуется бифуркация Андронова-Хопфа.

Задача 2. Определить положительные значения параметров системы Лоренца

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= rx - y - xz, \\ \dot{z} &= -bz + xy,\end{aligned}\tag{1.60}$$

при которых происходит бифуркация Андронова-Хопфа.

$$\begin{aligned}z_1' &= \gamma_1 z_1 + (d_{11} z_1^2 + d_{12} z_2^2) z_1, \\ z_2' &= \gamma_2 z_2 + (d_{21} z_1^2 + d_{22} z_2^2) z_2,\end{aligned}\tag{1.65}$$

где $\gamma_j = (A_1 a_j, b_j)$, $d_{jk} = (F_3(a_j, a_k, a_k) + F_3(a_k, a_j, a_k) + F_3(a_k, a_k, a_j), b_j)$, $d_{jj} = (F_3(a_j, a_j, a_j), b_j)$, $j, k = 1, 2, j \neq k$. Отметим, что функции $z_j(\tau)$ в данном случае вещественные.

Задача 3. Выделите класс ненулевых квадратичных нелинейностей $F_2(x, x)$, для которых нормальная форма задачи (1.1), с нулевым собственным числом кратности два, имеет вид (1.65)

Задача 4. В предположении, что $F_2(x, x) \neq 0$, выполните в (1.1) замену

$$x = \varepsilon(z_1(\tau)a_1 + z_2(\tau)a_2) + \varepsilon^2 x_1(t, \tau) + \dots, \quad \tau = \varepsilon t.\tag{1.66}$$

С помощью замены (1.66) решите следующие задачи:

1. Постройте нормальную форму задачи (1.1).
2. Найдите состояния равновесия полученной нормальной формы и исследуйте их на устойчивость.

Задача 5. В предположении, что $F_2(x, x) \neq 0$, выполните в (1.1) замену

$$x = \varepsilon(z_1(\tau)a_1 + z_2(\tau)e^{i\omega t}a_2 + \bar{z}_2(\tau)e^{-i\omega t}\bar{a}_2) + \varepsilon^2 x_1(t, \tau) + \dots, \quad \tau = \varepsilon t.\tag{1.71}$$

С помощью замены (1.71) решите следующие задачи:

1. Постройте нормальную форму задачи (1.1).
2. Найдите состояния равновесия полученной нормальной формы и исследуйте их на устойчивость.

$$\begin{aligned}
\dot{\xi}_1 &= \gamma_{11}\xi_1 + k_1\xi_1\xi_2 \cos(\psi + \delta_1) + (b_{11}\xi_1^2 + b_{12}\xi_2^2)\xi_1, \\
\dot{\xi}_2 &= \gamma_{21}\xi_2 + k_2\xi_2\xi_1 \cos(\psi - \delta_2) + (b_{21}\xi_1^2 + b_{22}\xi_2^2)\xi_2, \\
\dot{\psi}_1 &= \delta - 2k_1\xi_2 \sin(\psi + \delta_1) - k_2\xi_2 \sin(\psi - \delta_2) + c_1\xi_1^2 + c_2\xi_2^2,
\end{aligned}
\tag{1.99}$$

Задача 6. Найти состояния равновесия системы (1.99) и исследовать их на устойчивость.

Задача 7. При фиксированных значениях параметров численно построить устойчивые траектории системы (1.99).

Задача 8. Изучить численными методами изменения фазового портрета системы (1.99) при изменении одного из ее параметров и фиксированных остальных.

$$\begin{aligned}
z'_1 &= \alpha_1 z_1 + \beta_1 \bar{z}_1 z_2, \\
z'_2 &= \alpha_2 z_2 + \beta_2 \bar{z}_1^2.
\end{aligned}
\tag{1.106}$$

Здесь $\alpha_1 = (A_1 a_1, b_1)$, $\alpha_2 = (A_1 a_2, b_2)$, $\beta_1 = (F_{20}(\bar{a}_1, a_2) + F_{20}(a_2, \bar{a}_1), b_1)$, $\beta_2 = (F_{20}(a_1, a_1), b_2)$.

Задача 9. Изучить качественное поведение системы (1.106) при различных значениях входящих параметров.

Задача 10. Построить следующее по порядку малости приближение нормальной формы (1.106).

Задача 11. Докажите, что корни квазимногочлена $\lambda + \frac{\pi}{2}e^{-\lambda}$ лежат в левой комплексной полуплоскости за исключением одной пары $\pm i\frac{\pi}{2}$.

Список вопросов к зачету

1. Принцип работы лазера
2. Простейшие методы анализа некоторых классов динамических систем
3. О бифуркациях динамических систем
4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с малым параметром
5. Уравнения с запаздыванием и малыми (большими) параметрами
6. Система Максвелла – Блоха
7. Модель Лоренца – Хакена
8. Классическая модель Лоренца и ее свойства
9. Простейшие решения и их характеристика в общем случае

10. Сценарии перехода к хаосу в системе Лоренца – Хакена
11. Уравнения Лоренца – Хакена и классификация лазеров
12. Модель лазера класса В с внешней оптической накачкой
13. Формулировка задачи
14. Модьвнешнегорезонатора
15. Устойчивость простейших решений системы Ланга – Кобаяши
16. Условия Петермана – Тейгера, мосты и режимы короткогорезонатора
17. Явлениекогерентногоколлапса
18. Низкочастотные флуктуации
19. Асимптотический анализ модели Ланга – Кобаяши при больших значениях параметра накачки
20. Решения системы Ланга – Кобаяши при большом отношении времен затухания инверсии носителей и фотонов
21. Некоторые модификации модели Ланга – Кобаяши
22. Модель лазера класса В с некогерентной оптической обратной связью и ее модификации
23. Модель полупроводникового лазера с оптическим фильтром
24. Синхронизация мод в лазере и модели для ее описания

Зачет выставляется по результатам тестового задания и краткого собеседования со аспирантом после его проверки. Тестовое задание аналогично по своей структуре заданиям из контрольной работы.

Примерные темы рефератов:

1. Простейшие методы анализа некоторых классов динамических систем
2. О бифуркацияхдинамическихсистем
3. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений смалым параметром
4. Уравнения с запаздыванием и малыми (большими) параметрами
5. СистемаМаксвелла – Блоха
6. МодельЛоренца – Хакена
7. Классическая модель Лоренца и ее свойства
8. Сценарии перехода к хаосу в системе Лоренца – Хакена
9. Уравнения Лоренца – Хакена и классификация лазеров
10. Модель лазера класса В с внешней оптической накачкой
11. Устойчивость простейших решений системы Ланга – Кобаяши
12. Условия Петермана – Тейгера, мосты и режимы короткогорезонатора
13. Явлениекогерентногоколлапса
14. Низкочастотные флуктуации
15. Решения системы Ланга – Кобаяши при большом отношении времен затухания инверсии носителей и фотонов
16. Модификации модели Ланга – Кобаяши
17. Модель лазера класса В с некогерентной оптической обратной связью и ее модификации
18. Синхронизация мод в лазере и модели для ее описания

2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания

2.1. Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

Пороговый уровень - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных аспирантом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для аспиранта к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

Продвинутый уровень - предполагает способность аспиранта использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

Высокий уровень - предполагает способность аспиранта использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

2.2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Пороговый уровень
Профессиональные компетенции				
ПК-3	Самостоятельная работа №1, 2. Контрольная работа 1. Зачет.	1-9	<p>Знать: общие принципы построения моделей нелинейной оптики, общие принципы построения нормальных форм дифференциальных уравнений с запаздыванием, понятие метода усреднения.</p> <p>Уметь: пользоваться методом усреднения, находить нормальную форму дифференциальных уравнений с запаздыванием</p>	Знать общие принципы построения моделей нелинейной оптики
	Самостоятельная работа №1, 2. Контрольная работа 2. Зачет.	10–16	<p>Знать: идею метода квазинормальных форм</p> <p>Уметь: пользоваться методами большого параметра.</p>	Уметь пользоваться методами большого параметра.

3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения аспирантом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения аспирантом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций

Пороговый уровень (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;

- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

3.2 Описание процедуры выставления оценки

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины аспиранту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется аспиранту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется аспиранту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется аспиранту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется аспиранту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется аспиранту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется аспиранту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Модели нелинейной оптики»

Методические указания для аспирантов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Модели нелинейной оптики» являются лекции, причем в достаточно большом объеме. Это связано с тем, что в основе этой дисциплины лежит фундаментальный математический аппарат, с помощью которого решаются довольно сложные и громоздкие задачи. По большому числу тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам и отработка практических навыков.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы математического моделирования. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз проработать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома аспирантам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы на основе современных методов и приемов математического моделирования, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде контрольной работы в 1-ом семестре и самостоятельных работ в обоих семестрах изучения дисциплины. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий для самостоятельной работы, которые вызвали затруднения. В конце четвертого семестра изучения дисциплины аспиранты сдают зачет. Этот зачет выставляется в соответствии с результатами тестирования и собеседования по вопросам по курсу. Во время подготовки к зачету предусмотрена групповая консультация.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов по дисциплине

Для самостоятельной работы особенно рекомендуется использовать учебную литературу. Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» (www.biblioclub.ru) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://window.edu.ru/library>).

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к

интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" создана по заказу Федерального агентства по образованию в 2005-2008 гг. Главной разработчик проекта - Федеральное государственное автономное учреждение Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций (ФГАУ ГНИИ ИТТ "Информика") www.informika.ru.

ИС "Единое окно" объединяет в единое информационное пространство электронные ресурсы свободного доступа для всех уровней образования в России. Разделы этой системы:

- Электронная библиотека – является крупнейшим в российском сегменте Интернета хранилищем полнотекстовых версий учебных, учебно-методических и научных материалов с открытым доступом. Библиотека содержит более 30 000 материалов, источниками которых являются более трехсот российских вузов и других образовательных и научных учреждений. Основу наполнения библиотеки составляют электронные версии учебно-методических материалов, подготовленные в вузах, прошедшие рецензирование и рекомендованные к использованию советами факультетов, учебно-методическими комиссиями и другими вузовскими структурами, осуществляющими контроль учебно-методической деятельности.

- Интегральный каталог образовательных интернет-ресурсов содержит представленные в стандартизированной форме метаданные внешних ресурсов, а также содержит описания полнотекстовых публикаций электронной библиотеки. Общий объем каталога превышает 56 000 метаописаний (из них около 25 000 - внешние ресурсы). Расширенный поиск в "Каталоге" осуществляется по названию, автору, аннотации, ключевым словам с возможной фильтрацией по тематике, предмету, типу материала, уровню образования и аудитории.

- Избранное. В разделе представлены подборки наиболее содержательных и полезных, по мнению редакции, интернет-ресурсов для общего и профессионального образования.

- Библиотеки вузов. Раздел содержит подборки сайтов вузовских библиотек, электронных каталогов библиотек вузов и полнотекстовых электронных библиотек вузов.

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

1. Личный кабинет (http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

3. Электронная картотека «Книгообеспеченность» (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.