

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»  
Кафедра компьютерных сетей

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ИВТ

 Д.Ю. Чалый

« 24 » \_\_\_\_\_ мая \_\_\_\_\_ 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
«Модели нелинейной оптики»

**Научная специальность**

2.3.5 Математическое и программное обеспечение вычислительных систем, комплексов и компьютерных сетей

**Форма обучения**

очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 15 март 2022 г.,  
протокол № 8

Ярославль

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями дисциплины «Модели нелинейной оптики» является ознакомление аспирантов с ключевыми асимптотическими методами анализа моделей лазерной динамики.

Цели освоения дисциплины (модуля):

- формирование представления об асимптотических методах, применяемых при исследовании моделей нелинейной оптики;
- ознакомление аспирантов с важнейшими направлениями развития теории бифуркаций;
- формирование представления о методах исследования нелинейных динамических систем с хаотическим поведением;
- формирование способности к восприятию новых научных фактов и гипотез и использованию полученных знаний в процессе образования.

Для достижения поставленной цели предусматривается решение следующих воспитательных, образовательных, а также развивающих практические навыки задач:

- дать знания о современных моделях нелинейной оптики;
- ознакомить слушателей с последними достижениями математического моделирования и нелинейной динамики;
- мотивировать интерес к наблюдению, анализу и обсуждению актуальных проблем нелинейной динамики;
- стимулировать самостоятельную аналитическую работу аспирантов.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП аспирантуры

Дисциплина «Модели нелинейной оптики» относится к вариативной части (дисциплина по выбору) ОП аспирантуры.

Для освоения данной дисциплиной аспиранты должны обладать знаниями по математическому анализу и дифференциальным уравнениям в объеме стандартного университетского курса.

Дисциплина «Модели нелинейной оптики» способствует формированию мировоззрения и развитию математического мышления, а также дальнейшему развитию навыков научно-исследовательской деятельности. Предполагаемое данным курсом освещение центральных тем, базовых понятий и методов современного математического моделирования закладывает основы для более детального изучения и понимания широкого круга специальных вопросов в рамках профильной подготовки по дисциплинам вариативной части профессионального цикла.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП аспирантуры

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

<b>Формулировка компетенции</b>	<b>Перечень планируемых результатов обучения</b>
способностью разрабатывать новые математические модели объектов и явлений, развивать аналитические и приближенные методы их исследования, выполнять реализацию эффективных вычислительных методов и	<b>Знать:</b> общие принципы построения моделей нелинейной оптики, понятие метода усреднения, идею метода квазинормальных форм <b>Уметь:</b>

алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента	пользоваться методом усреднения, находить нормальную форму системы обыкновенных дифференциальных или разностных уравнений второго порядка, пользоваться методами большого параметра, <b>Владеть:</b> навыками методологически грамотного осмысления конкретно-научных проблем.
---	---

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зач. ед., 108 акад. час.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу аспирантов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1.	Раздел 1. Принцип работы и методы анализа оптоэлектронных систем	2	2					18	Самостоятельная работа
2.	Раздел 2. Базовые модели лазерной динамики	2	2					18	Самостоятельная работа
3.	Раздел 3. Модель Ланга – Кобаяши. Моды внешнего резонатора. Низкочастотные флуктуации	2	2					18	Контрольная работа
4.	Раздел 3. Модель Ланга – Кобаяши при больших значениях параметра	2	2					18	Самостоятельная работа

	накачки.								
5.	Раздел 4. Другие модели динамики лазера с запаздывающей обратной связью	2	4					22	Контрольная работа
	<b>Всего</b>		<b>12</b>			<b>2</b>		<b>94</b>	<b>Зачет</b>

### Содержание разделов дисциплины:

#### Раздел 1. Предварительные сведения

1. Принцип работы лазера
2. Простейшие методы анализа некоторых классов динамических систем
3. О бифуркациях динамических систем
4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с малым параметром
5. Уравнения с запаздыванием и малыми (большими) пара-

метрами

#### Раздел 2. Базовые модели лазерной динамики

6. Система Максвелла – Блоха
7. Модель Лоренца – Хакена
8. Классическая модель Лоренца и ее свойства
9. Простейшие решения и их характеристика в общем случае
10. Сценарии перехода к хаосу в системе Лоренца – Хакена
11. Уравнения Лоренца – Хакена и классификация лазеров
12. Модель лазера класса В с внешней оптической накачкой

#### Раздел 3. Система уравнений Ланга – Кобаяши

13. Формулировка задачи
14. Моды внешнего резонатора
15. Устойчивость простейших решений системы Ланга – Кобаяши
16. Условия Петермана – Тейгера, мосты и режимы короткого резонатора
17. Явление когерентного коллапса
18. Низкочастотные флуктуации
19. Асимптотический анализ модели Ланга – Кобаяши при больших значениях параметра накачки
20. Решения системы Ланга – Кобаяши при большом отношении времен затухания инверсии носителей и фотонов

#### Раздел 4. Другие модели динамики лазера с запаздывающей обратной связью

21. Некоторые модификации модели Ланга – Кобаяши
22. Модель лазера класса В с некогерентной оптической обратной связью и ее модификации
23. Модель полупроводникового лазера с оптическим фильтром
24. Синхронизация мод в лазере и модели для ее описания

#### 5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует аспиранта в системе изучения данной дисциплины. Аспиранты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

#### **6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В преподавании курса используются активные и интерактивные технологии проведения занятий в сочетании с активной внеаудиторной работой. При проведении лекционных занятий по курсу «Модели нелинейной оптики» используется разработанный на кафедре математического моделирования и кафедре компьютерных сетей специальный программный комплекс Tracer3, предназначенный для иллюстрации и исследования систем обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с запаздывающим аргументом. Программа Tracer3 позволяет численно решать достаточно широкий класс систем обыкновенных дифференциальных уравнений, отображений и уравнений с запаздываниями. Условно программу можно разбить на три основные алгоритмические части: компилятор математических выражений, построитель фазовых портретов и вычислитель ляпуновских показателей.

Для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

#### **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

а) основная:

1. Шандаров, С.М. Введение в нелинейную оптику : учебное пособие / С.М. Шандаров ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР), Кафедра электронных приборов. - Томск : ТУСУР, 2012. - 41 с. : ил.,табл., схем. - Библиогр. в кн. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480458>
2. Ландсберг, Г.С. Оптика : учебное пособие / Г.С. Ландсберг. - 7-е изд., стер. - Москва : Физматлит, 2017. - 852 с. : табл., граф., схем. - ISBN 978-5-9221-1742-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485257>
3. Глазков, Д. В. Уравнения динамики лазера: учебное пособие / Д. В. Глазков, И. С. Кащенко; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. — Ярославль: ЯрГУ, 2012 — 128 с.
4. Кащенко, С.А. Релаксационные колебания в лазерах / Кащенко С.А., Григорьева Е.В. М.: URSS, [2013]. 265 с.
5. Гукенхеймер, Д. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей / Д. Гукенхеймер, Ф. Холмс. – Москва-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2002.
6. Шильников, Л. П. Методы качественной теории в нелинейной динамике. Ч. 1. / Л. П. Шильников, А. Л. Шильников, Д. В. Тураев, Л. Чуа. – Москва - Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004.

7. Глызин, С.Д. Асимптотические методы нелинейной динамики: учебное пособие / С.Д. Глызин, А.Ю. Колесов; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 2006.
8. Глызин С.Д., Колесов А.Ю. Метод квазинормальных форм: учебное пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 2011. – 106 с.

б) дополнительная:

1. Мищенко, Е. Ф. Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания / Е. Ф. Мищенко, Н. Х.Розов. – М.: Наука, 1975. 248 с.
2. Мищенко, Е. Ф. Периодические движения и бифуркационные процессы в сингулярно возмущенных системах. / Е. Ф. Мищенко, Ю. С. Колесов, А. Ю. Колесов, Н. Х.Розов. – М.: Наука, 1995.
3. Малинецкий, Г.Г. Современные проблемы нелинейной динамики. / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. – М.: УРСС, 2002.
4. Глызин С.Д., Колесов А.Ю. Релаксационные автоколебания в нейронных системах: учебное пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 2013. – 220 с.
5. Арнольд, В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений / В.И. Арнольд. М.: Наука. 1978.

в) ресурсы сети «Интернет»

электронная библиотека <http://www.elibrary.ru>

портал <http://mathnet.ru>

Издательство «Лань»

ELSEVIER (Доступ с ПК университета)

#### **8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Аудитории, оборудованные для проведения лекций, практических занятий и консультаций, фонд библиотеки, компьютерная техника.

**Автор(ы) :**

Зав. кафедрой компьютерных сетей,  
д.ф.-м.н., профессор

\_\_\_\_\_ С.Д. Глызин

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Модели нелинейной оптики»  
Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации аспирантов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1. Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей аттестации**

Проверка формирования компетенции выполняется контрольными заданиями и иными материалами, используемые в процессе обучения (контрольная, самостоятельная работы и индивидуальные задания)

**Задания для самостоятельной работы**

№	Система	Неподвижные точки	Ляпуновские экспоненты	Размерность
1	$\dot{x} = y$ $\dot{y} = -x + yz$ $\dot{z} = 1 - y^2$	Отсутствуют	0.014, 0, -0.014	3.000
2	$\dot{x} = yz$ $\dot{y} = x - y$ $\dot{z} = 1 - xy$	(1, 1, 0), (-1, -1, 0)	0.210, 0, -1.210	2.174
3	$\dot{x} = yz$ $\dot{y} = x - y$ $\dot{z} = 1 - x^2$	(1, 1, 0), (-1, -1, 0)	0.163, 0, -1.163	2.140
4	$\dot{x} = -y$ $\dot{y} = x + z$ $\dot{z} = xz + 3y^2$	(0,0,0)	0.103, 0, -1.320	2.078
5	$\dot{x} = yz$ $\dot{y} = x^2 - y$ $\dot{z} = 1 - 4x$	(0.25,0.063,0)	0.078, 0, -1.078	2.072
6	$\dot{x} = y + z$ $\dot{y} = -x + 0.5y$ $\dot{z} = x^2 - z$	(0, 0, 0), (-2, -4, -4)	0.117, 0, -0.617	2.190
7	$\dot{x} = 0.4x + z$ $\dot{y} = xz - y$ $\dot{z} = -x + y$	(0, 0, 0), (-2.5, -2.5, 1)	0.034, 0, -0.634	2.054
8	$\dot{x} = -y + z^2$ $\dot{y} = x + 0.5y$ $\dot{z} = x - z$	(0, 0, 0), (-2, -4, -2)	0.117, 0, -0.617	2.190
9	$\dot{x} = -0.2y$ $\dot{y} = x + z$ $\dot{z} = x - z + y^2$	(0,0,0)	0.012, 0, -1.012	2.012

## **Критерий оценивания**

Каждому студенту дается 6 заданий. Каждое задание оценивается 3 баллами (1 балл – неподвижные точки; 1 балл – Ляпуновские экспоненты; 1 балл – размерность)  
«зачтено»

17-18 баллов – компетенция сформирована высоком уровне

14-16 баллов – компетенция сформирована продвинутом уровне

7-13 баллов – компетенция сформирована пороговом уровне

«незачет»

менее 7 баллов – компетенция не сформирована



## Типовые индивидуальные задания

5.2.1. Модель тепловой конвекции. При изучении Фурье-разложений решений классического уравнения Навье-Стокса Лоренц [28] получил систему вида

$$\begin{aligned}X' &= \alpha(Y - X), \\Y' &= rX - Y - XZ, \\Z' &= -bZ + XY,\end{aligned}\tag{5.1}$$

Исследуйте систему Лоренца при

- $a = 10, r = 5$ , изменяя  $b$  от 0 до 9;
- $a = 10, r = 20$ , изменяя  $b$  от 0 до 12;
- $a = 10, b = 8/3$ , изменяя  $r$  от 166 до 167 (проверьте, что при  $r = 166$  имеют место устойчивые периодические движения, а при  $r = 166.1$  хаотические колебания).

5.2.2. Модель Мариока-Шимицу тепловой конвекции при больших числах Рейнольдса. Эта модель была предложена как альтернативная модели Лоренца (см. [23]).

$$\begin{aligned}X' &= Y, \\Y' &= X - \lambda Y - XZ, \\Z' &= -aZ + X^2.\end{aligned}\tag{5.2}$$

Проанализируйте систему (5.2) при

- $a = 10$ , изменяя  $\lambda$ , от 0 до 9;
- $a = 10, 0.5 < \lambda < 0.6$  (убедитесь, что при  $\lambda = 0.547, 0.553, 0.555$  происходят бифуркации удвоения периода).

5.2.3. Модель тепловой конвекции Мура и Шпигеля (см. [18, с. 77-79]).

$$\begin{aligned}X' &= Y, \\Y' &= Z - (1 - \delta)Z, \\Z' &= -\rho Z + (1 - \delta Z^2)Y.\end{aligned}\tag{5.3}$$

Изучите сложные колебания системы (5.3) при

- $\delta = 10, \rho > 100$ ;
- $\delta = 10, \rho > 50$ .

Следующие две системы возникают при исследовании нелинейных параболических систем типа реакция-диффузия, родственных уравнению Навье-Стокса.

5.2.4. Двухкомпонентная модель уравнения Курамото-Цудзуки (см. [3]).

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= 2\xi - 2\xi(\xi + \eta) - \xi\eta(\cos \theta + c_1 \sin \theta), \\ \dot{\eta} &= 2\eta - 2\eta(2\xi + 0.75\eta) - 2\xi\eta(\cos \theta - c_2 \sin \theta) - 2k^2\eta, \\ \dot{\theta} &= c_2(2\xi - 0.5\eta) + (2\xi + \eta) \sin \theta + c_2(2\xi - \eta) \cos \theta + 2c_1k^2.\end{aligned}\tag{5.4}$$

Параметры  $k, c_1, c_2$  выбираются равными:

а)  $k = c_1 = 1, c_2 = -3.15, -4, -4.05$  (убедитесь, что при этих значениях параметров происходят бифуркации удвоения периода и исследуйте хаотические колебания при  $c_2 = 4, 7$ );

б)  $k = 1, c_1 = 5, -2 > c_2 > -8$  (найдите значение параметра  $c_2$ , при котором происходит первая бифуркация удвоения периода).

5.2.5. Фазовая модель системы  $n$  слабо связанных осцилляторов (см. [12]).

$$\dot{\alpha}_j = 2 \sin \alpha_j - \sin \alpha_{j-1} - \sin \alpha_{j+1} + \varkappa(\cos \alpha_{j-1} + \cos \alpha_{j+1}), \quad j = 1, 2, \dots, n-1.\tag{5.5}$$

Исследуйте систему (5.5) в случаях различных граничных условий:

а)  $\alpha_0 = \alpha_n = 0, n = 3, 4, \varkappa = 3$ ;

б)  $\alpha_0 = \alpha_n = \alpha_1 + \dots + \alpha_{n-1}, n = 3, \varkappa = 3$ .

5.3.1. Модель Дуффинга изогнутого стержня (иногда называемая уравнением Холмса [22]).

$$\begin{aligned}X' &= Y, \\ Y' &= -\delta Y + X(1 - X^2)/2 + f \cos Z, \\ Z' &= \omega.\end{aligned}\tag{5.6}$$

Варианты параметров для численного исследования:

а)  $f = 0.15, \delta = 0.05, 0 < \omega < 1.2$ ;

б)  $f = 0.4, \delta = 0.2, 0 < \omega < 1.2$ ;

в)  $\delta = 0.15, \omega = 0.8, 0.1 < f < 0.3$ ;

г)  $\delta = 0.15, \omega = 0.3, 0.2 < f < 0.6$ .

Изменяя бифуркационный параметр  $\omega$  в первых двух вариантах и  $f$  в остальных, найдите такие их значения, при которых происходят две первые бифуркации удвоения периода, и исследуйте хаотический режим системы (5.6).

5.3.2. Колебания с провалами арки на шарнирах под воздействием гармонической внешней силы (ферма Мизеса, см. [10, с. 237]).

$$\begin{aligned} X' &= Y, \\ Y' &= -\delta Y + k(1 - \sqrt{b^2 + X^2})X + f \cos Z, \\ Z' &= \omega. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Варианты параметров для численного исследования:

- a)  $\delta = 0.1, k = 1, b = 2, f = 0.2, 0 < \omega < 1.5$ ;
- b)  $\delta = 0.1, k = 1, b = 1.5, f = 0.2, 0 < \omega < 1.5$ ;
- c)  $\delta = 0.15, k = 1, b = 2, \omega = 0.8, 0.1 < f < 0.3$ .

Изменяя бифуркационные параметры  $\omega$  или  $f$ , найти такие их значения, при которых происходят две первые бифуркации удвоения периода, и исследовать хаотический режим системы (5.7).

5.3.3. Маятник с колеблющейся точкой подвеса (см. [6]).

$$\ddot{\theta} + \beta \dot{\theta} + (1 + A \cos \omega t) \sin \theta = 0. \quad (5.8)$$

Для получения колебаний сложной структуры необходимо выбрать параметры  $\beta, A, \omega$  так, чтобы  $A$  и  $\omega$  были велики, а  $\beta$  мало, причем  $A \simeq (\beta)^{0.5}$ ,  $\omega \simeq 1/\beta$ .

Варианты заданий:

- a) зафиксировав  $\beta = 0.01$  и  $\omega = 30$  и изменяя  $A$  от 5 до 10, добейтесь устойчивости верхнего состояния равновесия маятника  $\theta = \pi, \dot{\theta} = 0$ ;
- b) при  $\beta = 0.1$  и  $\omega = 40$  найдите значения  $A$ , при которых решения уравнения (5.8) изменяются неупорядоченно, и исследуйте такие решения численно.

5.3.4. Модель динамики изогнутого стержня с двумя степенями свободы (см. [22]).

$$\begin{aligned} \ddot{X} + \gamma \dot{X} - 0.5(1 - X^2)X + \beta XY^2 &= f, \\ \ddot{Y} + \delta \dot{Y} + \alpha(1 + \epsilon Y^2)Y + \beta YX^2 &= f_0 + f_1 \cos \omega t. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Зафиксируйте  $\gamma = \delta = 0.1, \alpha = 2, \epsilon = 0.05, \beta = 1, f_0 = f_1 = 0.2$  и, изменяя параметры  $f_1$  и  $\omega$  так, что

а)  $f_1 = 0.4, 0 < \omega < 1.2$  или

б)  $\omega = 0.8, 0.2 < f_1 < 2$

найдите такие их значения, при которых решения (5.9) ведут себя неупорядоченным образом. Исследуйте полученные решения по изложенной схеме.

5.3.5. Модель диффузионного взаимодействия двух одинаковых нелинейных осцилляторов [7].

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= d\xi_2 \cos(\alpha + \delta) + (1 - d \cos(\delta) - \xi_1^2)\xi_1, \\ \dot{\xi}_2 &= d\xi_1 \cos(\alpha - \delta) + (1 - d \cos(\delta) - \xi_2^2)\xi_2, \\ \dot{\alpha} &= -d \left[ \frac{\xi_2}{\xi_1} \sin(\alpha + \delta) + \frac{\xi_1}{\xi_2} \sin(\alpha - \delta) \right] + b(\xi_1^2 - \xi_2^2).\end{aligned}\tag{5.10}$$

Здесь  $\xi_1, \xi_2$  – амплитуды колебаний первого и второго осцилляторов соответственно,  $\alpha$  – разность фаз между ними.

Изучите перестройки фазового портрета системы (5.10), фиксируя  $\delta = -\pi/3, b = 10$  и увеличивая параметр  $d$

а) от 1.45 до 1.459;

б) от 1.5 до 1.5075;

проследите за бифуркациями удвоения периода, происходящими с системой (5.10).

При значении параметра  $d = 1.7$  изучите числовые размерностные характеристики хаотического аттрактора системы (5.10).

### **Критерий оценивания**

Каждому студенту дается 8 индивидуальных заданий.

Каждый правильный ответ оценивается в 2 балла.

0 баллов – студент полностью неверно решил задачу

1 балл – студент верно решил задачу, но не привел пояснений к ходу решения или допустил одну вычислительную ошибку.

2 балла – студент полностью разобрался в решении задачи.

### **Оценка**

«зачтено»

14-16 баллов – компетенция сформирована на высоком уровне

11-13 баллов – компетенция сформирована на продвинутом уровне

6-10 баллов – компетенция сформирована на пороговом уровне

«незачет»

менее 6 баллов – компетенция не сформирована

## Задания к контрольной работы

5.4.2. Модель вынужденных хаотических колебаний в цепи с нелинейной индуктивностью (уравнение Дуффинга-Уэды [22]).

$$\begin{aligned} X' &= Y, \\ Y' &= -kY - X^3 + B \cos Z, \\ Z' &= 1. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Исследуйте систему (5.11) при

- a)  $k = 0.25, 5 < B < 15$ ;
- b)  $k = 0.05, 4 < B < 15$ ;
- c)  $b = 12, 0.05 < k < 0.2$ .

Изменяя бифуркационные параметры  $B$  или  $k$ , найдите такие их значения, при которых происходят две первые бифуркации удвоения периода, и исследуйте хаотический режим системы (5.11).

5.4.3. Модель генератора колебаний с отрицательным сопротивлением (модифицированное уравнение Дуффинга-Ван-дер-Поля [22]).

$$\begin{aligned} X' &= Y, \\ Y' &= k(1 - Y^2)Y - X^3 + B \cos Z, \\ Z' &= \omega. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Исследуйте систему (5.12) при

- a)  $k = 1, \omega = 1, 1 < B < 10$ ;
- b)  $k = 0.5, B = 10, 0.5 < \omega < 1.5$ .

Изменяя бифуркационные параметры  $B$  или  $k$ , найдите такие их значения, при которых происходят две первые бифуркации удвоения периода, и исследуйте хаотический режим системы (5.12).

5.4.1. Модельные электронные схемы Спротта (см. [34])

Таблица 2

№	Система	Начальные условия ( $x, \dot{x}, \ddot{x}$ )	Ляпуновские экспоненты
1	$\ddot{x} = -2.017\dot{x} \pm \dot{x}^2 - x$	(0, 0, $\pm 1$ )	0.055, 0, -2.072
2	$\ddot{x} = -2.8\dot{x} \pm x + x^2$	( $\pm 0.5, -1, 1$ )	0.002, 0, -0.002
3	$\ddot{x} = -0.44\dot{x} - 2\dot{x} \pm (x^2 - 1)$	(0, 0, 0)	0.105, 0, -0.545
4	$\ddot{x} = -0.5\dot{x} - \dot{x} \pm x \pm x^2$	(0, $\pm 1, 0$ )	0.094, 0, -0.594
5	$\ddot{x} = -2\dot{x} \pm ( x  - 1)$	$\pm(-1, -1, 1)$	0.003, 0, -0.003
6	$\ddot{x} = -0.6\dot{x} - \dot{x} \pm ( x  - 1)$	(0, 0, 0)	0.036, 0, -0.636
7	$\ddot{x} = -0.3\dot{x} - 0.3\dot{x} - D(x) + 1$	(0, 0, 0)	0.042, 0, -0.342
8	$\ddot{x} = -0.3\dot{x} - 0.3\dot{x} - R(x) - 1$	(0, 0, 0)	0.042, 0, -0.342
9	$\ddot{x} = -2.9\dot{x} \pm (0.7x - D(x) + 1)$	$\pm(0, -0.5, 0.5)$	0.003, 0, -0.003
10	$\ddot{x} = -2.9\dot{x} \pm (0.7x - R(x) - 1)$	$\pm(0, 0.5, -0.5)$	0.003, 0, -0.003
11	$\ddot{x} = -0.5\dot{x} - \dot{x} - x + \text{sgn}(x)$	(0, 1, 0)	0.152, 0, -0.652
12	$\ddot{x} = -0.5\dot{x} - \dot{x} + x - \text{sgn}(x)$	(0, 1, 0)	0.601, 0, -1.101
13	$\ddot{x} = -0.7\dot{x} - \dot{x} - x + H(x)$	(0, 1, 0)	0.085, 0, -0.785
14	$\ddot{x} = -0.4\dot{x} - \dot{x} - x + 2S(x)$	(0, 1, 0)	0.072, 0, -0.472
15	$\ddot{x} = -0.4\dot{x} - \dot{x} + x - 2S(x)$	(0, 1, 0)	0.091, 0, -0.491
16	$\ddot{x} = -0.19\dot{x} - \dot{x} - x + 2 \tanh(x)$	(0, 1, 0)	0.128, 0, -0.318
17	$\ddot{x} = -0.19\dot{x} - \dot{x} + x - 2 \tanh(x)$	(0, 1, 0)	0.067, 0, -0.257
18	$\ddot{x} = -3.7\dot{x} \pm (x - x^3)$	(0, $\pm 0.5, 1$ )	0.002, 0, -0.002
19	$\ddot{x} = -0.6\dot{x} + 2.8\dot{x} - \dot{x}^3 - x$	(0, 1, 0)	0.034, 0, -0.634
20	$\ddot{x} = -0.7\dot{x} - \dot{x} + x - x^3$	(0, 1, 0)	0.138, 0, -0.838
21	$\ddot{x} = -0.35\dot{x} - \dot{x} - x + x^3$	(0, 1, 0)	0.082, 0, -0.432
22	$\ddot{x} = -0.2\dot{x} - \dot{x} \pm \sin(x)$	(0, 1, 0)	0.123, 0, -0.323

Принимая  $D(x) = \min(x, 0)$ ,  $R(x) = \max(x, 0)$ ,  $H(x) = (\text{sgn}(x)+1)/2$ ,  $S(x) = \text{sgn}(x) \min(|x|, 1)$ , определите числовые характеристики хаотических режимов соответствующих систем, постройте сечение Пуанкаре, убедитесь в его фрактальной структуре.

Выполните указанное задание для

а)  $G(x) = -\min(Bx, Cx + B - C)$ , примите значения параметров ( $B = 0.01, C = 1$ ) или ( $B = 0.5, C = 2$ )

б)  $G(x) = B|x| - 1$ , примите значения параметров  $B = 0.01, B = 0.5$  или  $R = 1$

5.4.7. Кольцевой генератор Дмитриева-Кислова [15, с. 88]

$$\begin{aligned} T\dot{x} &= -x + Mz \exp(-z^2), \\ \dot{y} &= x - y, \\ \dot{z} &= y - 0.1z. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Здесь  $T, M$  — положительные параметры.

Фиксируя  $M$  в пределах от 2 до 8 и меняя  $1 < g < 6$ , получите две первые бифуркации удвоения. Численно исследуйте различные хаотические режимы системы (5.16).

Следующие две модели описывают динамику движений при электромагнитных взаимодействиях.

5.4.5. Вынужденные движения вращающегося диполя в магнитных полях (в частности, такая модель описывает поведение стрелки компаса в колебательном или вращательном магнитном поле).

$$J\ddot{\theta} + \gamma\dot{\theta} + \varkappa \sin \theta = F_0 \cos \theta \cos \omega t \quad (5.17)$$

Изучите процесс возникновения хаотических колебаний уравнения (5.17) при

- а)  $J = \varkappa = 1, \gamma = 0.5, F_0 = 3, 0.5 < \omega < 2.5$ ;
- б)  $J = \varkappa = 1, \gamma = 0.5, F_0 = 7, 0.1 < \omega < 2.5$ .

5.4.6. Динамика частицы, движущейся в бегущем электрическом поле (такие же уравнения возникают при изучении вынужденных колебаний математического маятника).

$$\begin{aligned} X' &= Y, \\ Y' &= -\delta Y - \alpha X + g(kX - Z), \\ Z' &= \omega. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Варианты для численного исследования:

- а)  $\alpha = 1, \delta = 0.01, g(kX - Z) = f \sin(X - Z), f = 2, 10 < \omega < 50$ ;
- б)  $\alpha = 1, \delta = 0.01, g(kX - Z) = f \cos(Z), f = 5, 10 < \omega < 50$ ;

Найти значения, при которых система (5.18) имеет хаотические колебания, и определить характеристики этих колебаний.

**Задача 1.** На плоскости параметров  $\alpha, \beta$  системы

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x - 2y + \alpha x(x^2 + y^2), \\ \dot{y} &= x - y + \beta xy - y(x^2 + y^2),\end{aligned}\tag{1.59}$$

построить область, для которой реализуется бифуркация Андронова-Хопфа.

**Задача 2.** Определить положительные значения параметров системы Лоренца

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= rx - y - xz, \\ \dot{z} &= -bz + xy,\end{aligned}\tag{1.60}$$

при которых происходит бифуркация Андронова-Хопфа.

$$\begin{aligned}z_1' &= \gamma_1 z_1 + (d_{11} z_1^2 + d_{12} z_2^2) z_1, \\ z_2' &= \gamma_2 z_2 + (d_{21} z_1^2 + d_{22} z_2^2) z_2,\end{aligned}\tag{1.65}$$

где  $\gamma_j = (A_1 a_j, b_j)$ ,  $d_{jk} = (F_3(a_j, a_k, a_k) + F_3(a_k, a_j, a_k) + F_3(a_k, a_k, a_j), b_j)$ ,  $d_{jj} = (F_3(a_j, a_j, a_j), b_j)$ ,  $j, k = 1, 2, j \neq k$ . Отметим, что функции  $z_j(\tau)$  в данном случае вещественные.

**Задача 3.** Выделите класс ненулевых квадратичных нелинейностей  $F_2(x, x)$ , для которых нормальная форма задачи (1.1), с нулевым собственным числом кратности два, имеет вид (1.65)

**Задача 4.** В предположении, что  $F_2(x, x) \neq 0$ , выполните в (1.1) замену

$$x = \varepsilon(z_1(\tau)a_1 + z_2(\tau)a_2) + \varepsilon^2 x_1(t, \tau) + \dots, \quad \tau = \varepsilon t.\tag{1.66}$$

С помощью замены (1.66) решите следующие задачи:

1. Постройте нормальную форму задачи (1.1).
2. Найдите состояния равновесия полученной нормальной формы и исследуйте их на устойчивость.

**Задача 5.** В предположении, что  $F_2(x, x) \neq 0$ , выполните в (1.1) замену

$$x = \varepsilon(z_1(\tau)a_1 + z_2(\tau)e^{i\omega t}a_2 + \bar{z}_2(\tau)e^{-i\omega t}\bar{a}_2) + \varepsilon^2 x_1(t, \tau) + \dots, \quad \tau = \varepsilon t.\tag{1.71}$$

С помощью замены (1.71) решите следующие задачи:

1. Постройте нормальную форму задачи (1.1).
2. Найдите состояния равновесия полученной нормальной формы и исследуйте их на устойчивость.



$$\begin{aligned}
\dot{\xi}_1 &= \gamma_{11}\xi_1 + k_1\xi_1\xi_2 \cos(\psi + \delta_1) + (b_{11}\xi_1^2 + b_{12}\xi_2^2)\xi_1, \\
\dot{\xi}_2 &= \gamma_{21}\xi_2 + k_2\xi_2\xi_1 \cos(\psi - \delta_2) + (b_{21}\xi_1^2 + b_{22}\xi_2^2)\xi_2, \\
\dot{\psi}_1 &= \delta - 2k_1\xi_2 \sin(\psi + \delta_1) - k_2\xi_2 \sin(\psi - \delta_2) + c_1\xi_1^2 + c_2\xi_2^2,
\end{aligned}
\tag{1.99}$$

**Задача 6.** Найти состояния равновесия системы (1.99) и исследовать их на устойчивость.

**Задача 7.** При фиксированных значениях параметров численно построить устойчивые траектории системы (1.99).

**Задача 8.** Изучить численными методами изменения фазового портрета системы (1.99) при изменении одного из ее параметров и фиксированных остальных.

$$\begin{aligned}
z'_1 &= \alpha_1 z_1 + \beta_1 \bar{z}_1 z_2, \\
z'_2 &= \alpha_2 z_2 + \beta_2 \bar{z}_1^2.
\end{aligned}
\tag{1.106}$$

Здесь  $\alpha_1 = (A_1 a_1, b_1)$ ,  $\alpha_2 = (A_1 a_2, b_2)$ ,  $\beta_1 = (F_{20}(\bar{a}_1, a_2) + F_{20}(a_2, \bar{a}_1), b_1)$ ,  $\beta_2 = (F_{20}(a_1, a_1), b_2)$ .

**Задача 9.** Изучить качественное поведение системы (1.106) при различных значениях входящих параметров.

**Задача 10.** Построить следующее по порядку малости приближение нормальной формы (1.106).

**Задача 11.** Докажите, что корни квазимногочлена  $\lambda + \frac{\pi}{2}e^{-\lambda}$  лежат в левой комплексной полуплоскости за исключением одной пары  $\pm i\frac{\pi}{2}$ .

### Критерий оценивания

Каждому студенту дается 7 заданий по . выбору

Каждый правильный ответ оценивается в 2 балла.

0 баллов – студент полностью неверно решил задачу

1 балл – студент верно решил задачу, но не привел пояснений к ходу решения или допустил одну вычислительную ошибку.

2 балла – студент полностью разобрался в решении задачи.

### Оценка

«зачтено»

13-14 баллов – компетенция сформирована высоком уровне

10-12 баллов – компетенция сформирована продвинутом уровне

6-9 баллов – компетенция сформирована пороговом уровне

«незачет»

менее 6 баллов – компетенция не сформирована

### Список вопросов к зачету

1. Принцип работы лазера
2. Простейшие методы анализа некоторых классов динамических систем
3. О бифуркациях динамических систем
4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с малым параметром
5. Уравнения с запаздыванием и малыми (большими) параметрами
6. Система Максвелла – Блоха
7. Модель Лоренца – Хакена
8. Классическая модель Лоренца и ее свойства
9. Простейшие решения и их характеристика в общем случае
10. Сценарии перехода к хаосу в системе Лоренца – Хакена
11. Уравнения Лоренца – Хакена и классификация лазеров
12. Модель лазера класса В с внешней оптической накачкой
13. Формулировка задачи
14. Моды внешнего резонатора
15. Устойчивость простейших решений системы Ланга – Кобаяши
16. Условия Петермана – Тейгера, мосты и режимы короткого резонатора
17. Явление когерентного коллапса
18. Низкочастотные флуктуации
19. Асимптотический анализ модели Ланга – Кобаяши при больших значениях параметра накачки
20. Решения системы Ланга – Кобаяши при большом отношении времен затухания инверсии носителей и фотонов
21. Некоторые модификации модели Ланга – Кобаяши
22. Модель лазера класса В с некогерентной оптической обратной связью и ее модификации
23. Модель полупроводникового лазера с оптическим фильтром
24. Синхронизация мод в лазере и модели для ее описания

Зачет выставляется по результатам тестового задания и краткого собеседования со аспирантом после его проверки. Тестовое задание аналогично по своей структуре заданиям из контрольной работы.

#### Критерии оценивания

Оценка «**зачтено**» выставляется аспиранту, который:

- } прочно усвоил предусмотренный программный материал;
- } правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров;
- } показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов.

Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на практических занятиях.

Оценка «**не зачтено**» Выставляется аспиранту, который не справился с 50% вопросов и заданий, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить

на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем. Целостного представления о взаимосвязях, компонентах дисциплины у студента нет.

### **Примерные темы рефератов:**

1. Простейшие методы анализа некоторых классов динамических систем
2. О бифуркациях динамических систем
3. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с малым параметром
4. Уравнения с запаздыванием и малыми (большими) параметрами
5. Система Максвелла – Блоха
6. Модель Лоренца – Хакена
7. Классическая модель Лоренца и ее свойства
8. Сценарии перехода к хаосу в системе Лоренца – Хакена
9. Уравнения Лоренца – Хакена и классификация лазеров
10. Модель лазера класса В с внешней оптической накачкой
11. Устойчивость простейших решений системы Ланга – Кобаяши
12. Условия Петермана – Тейгера, мосты и режимы короткого резонатора
13. Явление когерентного коллапса
14. Низкочастотные флуктуации
15. Решения системы Ланга – Кобаяши при большом отношении времен затухания инверсии носителей и фотонов
16. Модификации модели Ланга – Кобаяши
17. Модель лазера класса В с некогерентной оптической обратной связью и ее модификации
18. Синхронизация мод в лазере и модели для ее описания

### **Критерии выставления оценки за реферат**

Оценка «отлично»(высокий уровень компетенции): выполнены все требования к написанию реферата: обозначена проблема и обоснована ее актуальность, сделан анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция; сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объем; соблюдены требования к внешнему оформлению.

Оценка «хорошо»( продвинутый уровень компетенции):: основные требования к реферату выполнены, но при этом допущены недочеты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объем реферата; имеются упущения в оформлении.

Оценка «удовлетворительно» (пороговый уровень компетенции):: имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата; отсутствуют выводы.

Оценка «неудовлетворительно» (компетенция не сформирована): тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы или реферат не представлен вовсе.

## **2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания**

### **2.1. Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание**

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

*Пороговый уровень* - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных аспирантом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для аспиранта к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

*Продвинутый уровень* - предполагает способность аспиранта использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

*Высокий уровень* - предполагает способность аспиранта использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

**2.2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования**

Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
			Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
Самостоятельная работа №1, 2. Контрольная работа 1. Зачет.	1-9	<p><b>Знать:</b> общие принципы построения моделей нелинейной оптики, общие принципы построения нормальных форм дифференциальных уравнений с запаздыванием, понятие метода усреднения.</p> <p><b>Уметь:</b> пользоваться методом усреднения, находить нормальную форму дифференциальных уравнений с запаздыванием</p>	Знать общие принципы построения моделей нелинейной оптики	Уметь пользоваться методом нормальных форм для конечных систем. Знать общую теорию метода нормальных форм и теории усреднения.	Знать общие принципы построения моделей нелинейной оптики, общие принципы построения нормальных форм дифференциальных уравнений с запаздыванием, понятие метода усреднения, уметь обосновать применимость метода к моделям лазерной динамики
Самостоятельная работа №1, 2. Контрольная работа 2. Зачет.	10–16	<p><b>Знать:</b> идею метода квазинормальных форм</p> <p><b>Уметь:</b> пользоваться</p>	Уметь пользоваться методами большого параметра.	Уметь: пользоваться методом квазинормальных форм и методами большого параметра Уметь строить	Уметь обосновать применимость метода квазинормальных форм к конкретным динамическим системам, Уметь строить и обосновывать асимптотики

		методами большого параметра.		асимптотики релаксационных колебаний	релаксационных колебаний
--	--	------------------------------	--	--------------------------------------	--------------------------

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения аспирантом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения аспирантом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

Пороговый уровень (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;

- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины аспиранту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «зачет» выставляется аспиранту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется аспиранту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.



## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Модели нелинейной оптики»**

### **Методические указания для аспирантов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Модели нелинейной оптики» являются лекции, причем в достаточно большом объеме. Это связано с тем, что в основе этой дисциплины лежит фундаментальный математический аппарат, с помощью которого решаются довольно сложные и громоздкие задачи. По большому числу тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам и отработка практических навыков.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы математического моделирования. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз проработать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома аспирантам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы на основе современных методов и приемов математического моделирования, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде контрольной работы в 1-ом семестре и самостоятельных работ в обоих семестрах изучения дисциплины. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий для самостоятельной работы, которые вызвали затруднения. В конце четвертого семестра изучения дисциплины аспиранты сдают зачет. Этот зачет выставляется в соответствии с результатами тестирования и собеседования по вопросам по курсу. Во время подготовки к зачету предусмотрена групповая консультация.

### **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов по дисциплине**

Для самостоятельной работы особенно рекомендуется использовать учебную литературу. Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://window.edu.ru/library>).

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к

интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" создана по заказу Федерального агентства по образованию в 2005-2008 гг. Главной разработчик проекта - Федеральное государственное автономное учреждение Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций (ФГАУ ГНИИ ИТТ "Информика") [www.informika.ru](http://www.informika.ru).

ИС "Единое окно" объединяет в единое информационное пространство электронные ресурсы свободного доступа для всех уровней образования в России. Разделы этой системы:

- Электронная библиотека – является крупнейшим в российском сегменте Интернета хранилищем полнотекстовых версий учебных, учебно-методических и научных материалов с открытым доступом. Библиотека содержит более 30 000 материалов, источниками которых являются более трехсот российских вузов и других образовательных и научных учреждений. Основу наполнения библиотеки составляют электронные версии учебно-методических материалов, подготовленные в вузах, прошедшие рецензирование и рекомендованные к использованию советами факультетов, учебно-методическими комиссиями и другими вузовскими структурами, осуществляющими контроль учебно-методической деятельности.

- Интегральный каталог образовательных интернет-ресурсов содержит представленные в стандартизированной форме метаданные внешних ресурсов, а также содержит описания полнотекстовых публикаций электронной библиотеки. Общий объем каталога превышает 56 000 метаописаний (из них около 25 000 - внешние ресурсы). Расширенный поиск в "Каталоге" осуществляется по названию, автору, аннотации, ключевым словам с возможной фильтрацией по тематике, предмету, типу материала, уровню образования и аудитории.

- Избранное. В разделе представлены подборки наиболее содержательных и полезных, по мнению редакции, интернет-ресурсов для общего и профессионального образования.

- Библиотеки вузов. Раздел содержит подборки сайтов вузовских библиотек, электронных каталогов библиотек вузов и полнотекстовых электронных библиотек вузов.

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

1. Личный кабинет ([http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_login.php](http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php)) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

3. Электронная картотека «Книгообеспеченность» ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_bookreq\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.