



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
И.А. Кузнецова
23 июня 2020 г
Прием 2018 года

Аннотация дисциплины «История и философия науки»

Направление 01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль) «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

1. Дисциплина «История и философия науки» относится к базовой части блока Б1.
2. Целью освоения данной дисциплины является формирование у аспирантов целостного понимания предмета и основных концепций современной философии науки, развитию философского подхода к проблеме возникновения науки и основных стадий ее исторической эволюции.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.
4. Содержание дисциплины:

Часть 1. Общие проблемы философии науки

1. Предмет и основные концепции современной философии науки.

Три аспекта бытия науки: наука как генерация нового знания, как социальный институт, как особая сфера культуры.

Логико-эпистемологический подход к исследованию науки. Позитивистская традиция в философии науки. Расширение поля философской проблематики в постпозитивистской философии науки. Концепции К.Поппера, И.Лакатоса, Т.Куна, П.Фейерабенда, М.Полани.

Социологический и культурологический подходы к исследованию развитию науки. Проблема интернализма и экстернализма в понимании механизмов научной деятельности. Концепции М.Вебера, А.Койре, Р.Мертон, М.Малкея.

2. Наука в культуре современной цивилизации

Традиционалистский и техногенный типы цивилизационного развития и их базисные ценности. Ценность научной рациональности.

Наука и философия. Наука и искусство. Роль науки в современном образовании и формировании личности. Функции науки в жизни общества (наука как мировоззрение, как производительная и социальная сила).

3. Возникновение науки и основные стадии её исторической эволюции.

Преднаука и наука в собственном смысле слова. Две стратегии порождения знаний: обобщение практического опыта и конструирование теоретических моделей, обеспечивающих выход за рамки наличных исторически сложившихся форм производства и обыденного опыта.

Культура античного полиса и становление первых форм теоретической науки. Античная логика и математика. Развитие логических норм научного мышления и организаций науки в средневековых университетах. Роль христианской теологии в изменении созерцательной позиции ученого: человек творец с маленькой буквы; манипуляция с природными объектами – алхимия, астрология, магия. Западная и восточная средневековая наука.

Становление опытной науки в новоевропейской культуре. Формирование идеалов математизированного и опытного знания: оксфордская школа, Роджер Бэкон, Уильям Оккам. Предпосылки возникновения экспериментального метода и его соединения с математическим описанием природы. Г.Галилей, Френсис Бэкон, Р.Декарт. Мировоззренческая роль науки в новоевропейской культуре. Социокультурные предпосылки возникновения экспериментального метода и его соединения с математическим описанием природы.

Формирование науки как профессиональной деятельности. Возникновение дисциплинарно-организованной науки. Технологические применения науки. Формирование технических наук.

Становление социальных и гуманитарных наук. Мировоззренческие основания социально-исторического исследования.

4. Структура научного знания.

Научное знание как сложная развивающаяся система. Многообразие типов научного знания. Эмпирический и теоретический уровни, критерии их различия. Особенности эмпирического и теоретического языка науки.

Структура эмпирического знания. Эксперимент и наблюдение. Случайные и систематические наблюдения. Применение естественных объектов в функции приборов в систематическом наблюдении. Данные наблюдения как тип эмпирического знания. Эмпирические зависимости и эмпирические факты. Процедуры формирования факта. Проблема теоретической нагруженности факта.

Структуры теоретического знания. Первичные теоретические модели и законы. Развита теория. Теоретические модели как элемент внутренней организации теории. Ограниченность гипотетико-дедуктивной концепции теоретических знаний. Роль конструктивных методов в дедуктивном развертывании теории. Развертывание теории как процесса решения задач. Парадигмальные образцы решения задач в составе теории. Проблемы генезиса образцов. Математизация теоретического знания. Виды интерпретации математического аппарата теории.

Основания науки. Структура оснований. Идеалы и нормы исследования и их социокультурная размерность. Система идеалов и норм как схема метода деятельности.

Научная картина мира. Исторические формы научной картины мира. Функции научной картины мира (картина мира как онтология, как форма систематизации знания, как исследовательская программа).

Операциональные основания научной картины мира. Отношение онтологических постулатов науки к мировоззренческим доминантам культуры.

Философские основания науки. Роль философских идей и принципов в обосновании научного знания. Философские идеи как эвристика научного поиска. Философское обоснование как условие включения научных знаний в культуру.

5. Динамика науки как процесс порождения нового знания.

Историческая изменчивость механизмов порождения научного знания. Взаимодействие оснований науки и опыта как начальный этап становления новой дисциплины. Проблема классификации. Обратное воздействие эмпирических фактов на основания науки.

Формирование первичных теоретических моделей и законов. Роль аналогий в теоретическом поиске. Процедуры обоснования теоретических знаний. Взаимосвязь логики открытия и логики обоснования. Механизмы развития научных понятий.

Становление развитой научной теории. Классический и неклассический варианты формирования теории. Генезис образцов решения задач.

Проблемные ситуации в науке. Перерастание частных задач в проблемы. Развитие оснований науки под влиянием новых теорий.

Проблема включения новых теоретических представлений в культуру.

6. Научные традиции и научные революции. Типы научной рациональности.

Взаимодействие традиций и возникновение нового знания. Научные революции как перестройка оснований науки. Проблемы типологии научных революций. Внутридисципли-

нарные механизмы научных революций. Междисциплинарные взаимодействия и "парадигмальные прививки" как фактор революционных преобразований в науке. Социокультурные предпосылки глобальных научных революций. Перестройка оснований науки и изменение смыслов мировоззренческих универсалий культуры. Прогностическая роль философского знания. Философия как генерация категориальных структур, необходимых для освоения новых типов системных объектов.

Научные революции как точки бифуркации в развитии знания. Нелинейность роста знаний. Селективная роль культурных традиций в выборе стратегий научного развития. Проблема потенциально возможных историй науки.

Глобальные революции и типы научной рациональности. Историческая смена типов научной рациональности: классическая, неклассическая, постнеклассическая наука.

7. Особенности современного этапа развития науки. Перспективы научно-технического прогресса.

Главные характеристики современной, постнеклассической науки. Современные процессы дифференциации и интеграции наук. Связь дисциплинарных и проблемно-ориентированных исследований. Освоение саморазвивающихся "синергетических" систем и новые стратегии научного поиска. Роль нелинейной динамики и синергетики в развитии современных представлений об исторически развивающихся системах. Глобальный эволюционизм как синтез эволюционного и системного подходов. Глобальный эволюционизм и современная научная картина мира. Сближение идеалов естественнонаучного и социально-гуманитарного познания. Осмысление связей социальных и внутринаучных ценностей как условие современного развития науки. Включение социальных ценностей в процесс выбора стратегий исследовательской деятельности. Расширение этоса науки. Новые этические проблемы науки в конце XX столетия. Проблема гуманитарного контроля в науке и высоких технологиях. Экологическая и социально-гуманитарная экспертиза научно-технических проектов. Кризис идеала ценностно-нейтрального исследования и проблема идеологизированной науки. Экологическая этика и ее философские основания. Философия русского космизма и учение В.И.Вернадского о биосфере, техносфере и ноосфере. Проблемы экологической этики в современной западной философии (Б.Калликот, О.Леопольд, Р.Аттфильд).

Постнеклассическая наука и изменение мировоззренческих установок техногенной цивилизации. Сциентизм и антисциентизм. Наука и паранаука. Поиск нового типа цивилизационного развития и новые функции науки в культуре. Научная рациональность и проблема диалога культур. Роль науки в преодолении современных глобальных кризисов.

8. Наука как социальный институт.

Различные подходы к определению социального института науки. Историческое развитие институциональных форм научной деятельности. Научные сообщества и их исторические типы (республика ученых 17 века; научные сообщества эпохи дисциплинарно организованной науки; формирование междисциплинарных сообществ науки XX столетия). Научные школы. Подготовка научных кадров. Историческое развитие способов трансляции научных знаний (от рукописных изданий до современного компьютера). Компьютеризация науки и ее социальные последствия. Наука и экономика. Наука и власть. Проблема секретности и закрытости научных исследований. Проблема государственного регулирования науки.

Часть 2. Философия естественных наук

Философские проблемы математики

1. Предмет математики. Специфика математических объектов

Определение предмета математики. Роль философии в определении математических объектов. Математические объекты как результаты работы человеческого мышления и отражение количественных отношений материальных объектов и процессов. Различные подходы к определению природы математических объектов: эмпиризм, априоризм,

формализм, выделяемых с помощью абстрагирования и идеализации. Проблема практической значимости математики

2. Место математики в системе наук. Структура математического знания

Междисциплинарная природа математики. Математика как универсальный язык науки. Взаимосвязь математики и философии, математики и логики. Влияние внешних и внутренних факторов на формирование структуры математики. Особенности теоретической и прикладной математики и их взаимосвязь.

3. Типы математических теорий.

Неаксиоматизированные содержательные теории. Содержательные аксиоматические теории. Полуформальные аксиоматические теории. Формальные аксиоматические теории. Единство процессов дифференциации и интеграции в математике.

4. Особенности методов математического познания

Сущность и структура аксиоматических теорий. Роль дедуктивной логики в математике, отличие формализованной и неформализованной логики. Отличие аксиоматического метода математики от гипотетико- дедуктивного метода естественных наук. Проблема пределов формализации (на примере теорем Гёделя). Место абстрагирования и конкретизации и их особенности в теоретической и прикладной математике. Несмотря на общее стремление к строгости доказательств, в математике остаётся место и

Роль интуиции в рождении математических знаний, в особенности в решении нестандартных задач. Профессионализм, опыт, глубокие знания как основы интуиции.

5. Закономерности развития математики

Практика как внешний фактор развития математики. Переход от практической к прикладной математике в 19 веке. Логика развития математики как отражение логики развития материальной жизни общества. Потребности других наук и их роль в развитии математики. Внутренние факторы развития математики. Конкретные примеры влияния внешних и внутренних факторов на развитие математики в разные эпохи. Другие закономерности развития математики: диалектика количественных и качественных изменений, единство процессов дифференциации и интеграции. Философский анализ возникновения и исторического развития математики. Периоды развития математического знания.

6. Проблема верификации (обоснования) математических знаний

Обоснование математики как процесс обоснования непротиворечивости математических теорий. Критический пересмотр математических теорий: от системы аксиом, лежащих в их основе - до правил доказательств и конечных выводов. Попытка обоснования математики с помощью теории множеств (Георг Кантор). Логицизм как процесс сведения математики к логике (Рассел, Уайтхед, Фреге). Формализм как подход к обоснованию математики (Давид Гильберт). Невозможность полной формализации математики. Интуиционизм в поисках критерия интуитивной ясности для оценки математических суждений (Брауэр, Вейль, Гейтинг). Открытость проблемы обоснования математики в настоящее время. Математика как многогранное, живое, постоянно развивающееся знание, которое невозможно раз и навсегда свести к единственному основанию.

7. Философский анализ процесса математизации современной науки

Относительная автономность математики и проблема ее эмпирического подтверждения и практического применения. Принцип «непостижимой эффективности математики» с точки зрения современной науки. Сходство количественной (математической) упорядоченности, изоморфности саморазвивающихся систем, изучаемых разными науками.

Часть 3. История науки

История математики

1. Периодизация истории математики

1. Основные этапы развития математики: периодизация А.Н.Колмогорова.

2. Математика Древнего мира

2.1. Истоки математических знаний. Первоначальные астрономические и математические представления эпохи неолита. Представления о числах и фигурах в первобытном обществе. Системы счисления. Этноматематика.

2.2. Математика в догреческих цивилизациях. Древний Египет — источники; нумерация, арифметические и геометрические знания. Древний Вавилон — источники, шестидесятиричная позиционная система счисления.

Арифметика. Решение линейных, квадратных уравнений и систем уравнений с двумя неизвестными. «Пифагорейские тройки». Числовой, алгоритмический характер вавилонской математики. «Пифагорейские тройки». Геометрические знания. Проблема влияния египетской и вавилонской математики на последующее развитие математического знания.

2.3. Древняя Греция. Источники. Рождение математики как теоретической науки. Фалес. Пифагорейцы. Место математики в пифагорейской системе знания. Арифметика пифагорейцев. Первая теория отношений. Открытие несоизмеримости. Классификация иррациональностей Теэтета. Геометрическая алгебра. Геометрия циркуля и линейки. Знаменитые задачи древности — удвоения куба, три секции угла и квадратуры круга — и их решение в XIX в.; трансцендентность числа «пи» и седьмая проблема Д. Гильберта. Парадоксы бесконечного. Апории Зенона. Атомизм Демокрита. Евдокс. Строение отрезка. Роговидные углы. Аксиома Евдокса-Архимеда. Роговидные углы. Теория отношений Евдокса. «Метод исчерпывания». Место математики в философии Платона. «Математический платонизм» как взгляд на сущность математики. Математика в философской концепции Аристотеля.

2.4. Математика эпохи эллинизма. Синтез греческих и древневосточных социокультурных и научных традиций. Аксиоматическое построение математики в «Началах» Евклида. Структура «Начал». Правильные многогранники и структура космоса. Архимед. Дифференциальные и интегральные методы. Аполлоний. Теория конических сечений. Роль теории конических сечений в развитии математики и математического естествознания (законы Кеплера, динамика Ньютона). Ценностные иерархии объектов, средств решения задач и классификация кривых в античной геометрии. Математика первых веков Новой эры (Герон, Птолемей). «Арифметика» Диофанта. Роль диофантова анализа в истории алгебры и алгебраической геометрии с древности до наших дней (решение проблемы Морделла, доказательство Великой теоремы Ферма). Представления о предмете и методах математики у неоплатоников, «математический платонизм» как развитие этих представлений. Закат античной культуры и комментаторская деятельность математиков поздней античности.

2.5. Математика в древнем и средневековом Китае. Китайская нумерация и арифметические действия. «Математика в девяти книгах» — выдающийся культурный памятник древнего Китая. Структура математического текста. Геометрия, теория пропорций, системы линейных уравнений, инфинитезимальные процедуры, отрицательные числа. Счетная доска и вычислительные методы. Математика в древней и средневековой Индии. Источники. Цифровая позиционная система. Появление записи нуля. Дроби. Задачи на пропорции. Линейные и квадратные уравнения. Неопределенные уравнения. Отрицательные и иррациональные числа. Суммирование бесконечных рядов. Геометрические знания. Достижения в области тригонометрии.

3. Математика Средних веков и эпохи Возрождения

3.1. Средневековая математика как специфический период в развитии математического знания. Математика арабского Востока. Переводы греческих авторов. Трактат ал-Хорезми «Об индийском счете» и победное шествие «арабских» цифр по средневековой Европе. «Краткая книга об исчислении ал-джабра и ал-мукабалы». Классификация квадратных уравнений. Выделение алгебры в самостоятельную науку. Омар Хайям. Кубические уравнения. Практический характер математики. Геометрические исследования: теория параллельных в связи с попытками доказать V постулат Евклида.

Арифметизация теории квадратичных иррациональностей в работах арабских комментаторов Евклида. Инфинитезимальные методы. Отделение тригонометрии от астрономии и превращение ее в самостоятельную науку.

3.2. Математика в средневековой Европе. Математика в Византии. Переводы с арабского и греческого. Индийская нумерация, коммерческая арифметика, арифметическая и геометрическая прогрессии, практически ориентированные геометрические и тригонометрические сведения у Леонардо Пизанского (Фибоначчи). Творчество Фибоначчи. «Арифметике в 10 книгах» И. Неморария. Развитие античных натурфилософских идей и математика. Оксфордская и Парижская школы. Схоластические теории изменения величин (учение о конфигурациях качества, о широтах форм) как предвосхищение математики переменных величин XVII века. Дискуссии по проблемам бесконечного, непрерывного и дискретного в математике.

3.3. Математика в эпоху Возрождения. Проблема решения алгебраических уравнений, расширение понятия числа, совершенствование символики, решение уравнений 3-й и 4-й степеней в радикалах. Алгебра Виета. Проблема перспективы в живописи Ренессанса и математика. Иррациональные числа. Отрицательные, мнимые и комплексные числа (Дж. Кардано, Р. Бомбелли и др.). Десятичные дроби. Тригонометрия в астрономических сочинениях.

4. Рождение и первые шаги математики переменных величин

4.1. Математика и научно-техническая революция XVI–XVII веков. Механическая картина мира и математика. Новые формы организации науки. Развитие вычислительных средств — открытие логарифмов. Жизнь и творчество Р. Декарта. Число у Декарта. Рождение аналитической геометрии.

Теоретико-числовые проблемы в творчестве Ферма. Создание основ проективной геометрии в работах Дезарга и Паскаля. Переписка Ферма и Паскаля и первые теоретико-вероятностные представления. Появление статистических исследований.

Развитие интеграционных и дифференциальных методов в XVII веке (И. Кеплер, Б. Кавальери, Б. Паскаль). Жизнь и творчество И. Ньютона и Г.-В. Лейбница. Открытие Ньютоном и Лейбницем дифференциального и интегрального исчисления. Спор о приоритете и различия в подходах. Первые шаги математического анализа (И. и Я. Бернулли и др.). Проблема обоснования дифференциального и интегрального исчисления и критика Беркли.

4.2. Математика и Великая Французская революция. Создание Политехнической и Нормальной школ и их влияние на развитие математики и математических наук. Развитие математического анализа в XVIII веке. Расширение поля исследований и выделение основных ветвей математического анализа — дифференциального и интегрального исчисления в узком смысле слова, теории рядов, теории дифференциальных уравнений — обыкновенных и с частными производными, теории функций комплексного переменного, вариационного исчисления. Жизнь и творчество Л. Эйлера. Математическая трилогия Л. Эйлера. Жизнь и творчество Л. Эйлера. Классификация функций Эйлера. Основные понятия анализа. Обобщение понятия суммы ряда. Спор о колебании струны. Развитие понятия функции. Расширение понятия решения дифференциального уравнения с частными производными — понятия классического и обобщенного решений; появление понятия обобщенной функции в XX столетии. Проблема обоснования алгоритмов дифференциального и интегрального исчисления. Подходы Л. Эйлера, Ж. Лагранжа, Л. Карно, Ж. Даламбера. Вариационные принципы в естествознании.

5. Период современной математики

5.1. Математика XIX века. Организация математического образования и математических исследований. Ведущие математические школы. Математические журналы и общества. Школа К. Вейерштрасса. Жизнь и деятельность С. В. Ковалевской. Организация

первых реферативных журналов и международных математических конгрессов — в Цюрихе (1897), в Париже (1900). Начало издания в Германии «Энциклопедии математических наук». Доклад Д. Гильберта «Математические проблемы» (1900).

5.2. Реформа математического анализа. Идеи Б. Больцано в области теории функций. О. Коши и построение анализа на базе теории пределов. Нестандартный анализ А. Робинсона (1961) и проблема переосмысления истории возникновения и первоначального развития анализа бесконечно малых. К. Вейерштрасс и арифметизация анализа. Теория действительного числа (Г. Кантор, Р. Дедекин). Г. Кантор и создание теории множеств. Открытие парадоксов теории множеств. Создание теории функций действительного переменного (А. Лебег, Р. Бэр, Э. Борель).

5.3. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений — проблема интегрируемости уравнений в квадратурах (результаты Ж. Лиувилля по интегрированию уравнения Риккати, С. Ли и его подход к проблеме). Перестройка оснований теории в трудах О. Коши (задача Коши, доказательство существования решения задачи Коши). Линейные дифференциальные уравнения, теория Штурма — Лиувилля, аналитическая теория дифференциальных уравнений.

Качественная теория А. Пуанкаре и теория устойчивости А. М. Ляпунова. Теория динамических систем — от А. Пуанкаре до КАМ-теории.

5.4 Теория уравнений с частными производными. Теория уравнений первого порядка (теория Лагранжа — Шарпи, работы И. Пфаффа, О. Коши и К.-Г. Якоби, «второй метод Якоби», теория С. Ли). Общая геометрическая теория уравнений с частными производными (С. Ли, Э. Картан, Д. Ф. Егоров).

Теория потенциала и теория теплопроводности Ж.-Б. Фурье и теория уравнений математической физики. Классификация уравнений по типам (эллиптические, параболические и гиперболические) П. Дюбуа-Реймона. Теорема Коши — Ковалевской. Понятие корректности краевой задачи по Ж. Адамару. Взгляд на общую теорию как на общую теорию краевых задач для уравнений различных типов. Системы уравнений с частными производными. 19-я и 20-я проблемы Гильберта и теория эллиптических уравнений в XX веке.

5.6. Теория функций комплексного переменного. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. О. Коши и его результаты в построении теории функций комплексного переменного. Геометрическая теория функций комплексного переменного Б. Римана. Римановы поверхности. Принцип Дирихле. Аналитическое направление К. Вейерштрасса теории функций комплексного переменного. Целые и мероморфные функции. Теорема Пикара. Абелевы функции. Автоморфные функции. Униформизация.

5.7. Эволюция геометрии в XIX — начале XX вв. Создание проективной геометрии. Жизнь и творчество К.-Ф. Гаусса. Дифференциальная геометрия. Открытие Н. И. Лобачевским неевклидовой геометрии. Априоризм Канта и неевклидова геометрия. Интерпретации неевклидовой геометрии. Риманова геометрия. «Эрлангенская программа» Ф. Клейна. «Основания геометрии» Д. Гильберта и эволюция аксиоматического метода (содержательная, полужформальная, формальная аксиоматизации).

Рождение топологии. Комбинаторная топология А. Пуанкаре. Диссертация М. Фреше (1906). Теория топологических пространств. Теория размерности. Возникновение алгебраической топологии.

Геометрическая теория алгебраических уравнений. Идеи Р. Клебша и М. Нетера. Итальянская школа алгебраической геометрии. Аналитическая теория многообразий.

5.8. Эволюция алгебры в XIX — первой трети XX века. Проблема разрешимости алгебраических уравнений в радикалах. Э. Галуа и рождение теории групп. Развитие теории групп в XIX веке (А. Кэли, К. Жордан, теория непрерывных групп С. Ли). Аксиоматика теории групп. Теория групп и физика (кристаллография, квантовая механика). Развитие линейной алгебры. Английская школа символической алгебры. Кватернионы У. Гамильтона, гиперкомплексные системы, теория алгебр. Теория алгебраических чисел. Формирование

понятий тела, поля, кольца. Формирование «современной алгебры» в трудах Э. Нетер и ее школы. Эволюция предмета алгебры от теории алгебраических уравнений до теории алгебраических структур.

5.9. Аналитическая теория чисел — проблема распределения простых чисел (К.-Ф. Гаусс, П. Дирихле, П. Л. Чебышев, Ж. Адамар, Ш. Валле-Пуссен), теория трансцендентных чисел (Ж. Лиувиль, Ш. Эрмит, А. О. Гельфонд), аддитивные проблемы — проблема Гольдбаха (И. М. Виноградов) и проблема Варинга (Д. Гильберт, Г. Харди). Алгебраическая теория чисел — работы К.-Ф. Гаусса, обоснование теории делимости для полей корней из единицы (Э. Куммер), а затем для произвольных полей алгебраических чисел (Р. Дедекин, Е. И. Золотарев, Л. Кронекер), доказательство квадратичного и биквадратичного (К.-Ф. Гаусс), а затем и кубического закона взаимности (Г. Эйзенштейн, К. Якоби). Геометрическая теория чисел (Г. Минковский, Г. Ф. Вороной).

5.10. Вариационное исчисление Эйлера. Создание метода вариаций. Вторая вариация и условия Лежандра и Якоби. Теория сильного экстремума Вейерштрасса. Теория Гамильтона — Якоби. Инвариантный интеграл Гильберта. Вариационные задачи с ограничением. Теория экстремальных задач в XX веке. Принцип максимума Понтрягина.

Рождение функционального анализа: «функциональное исчисление» В. Вольтерра, С. Пинкерле, исследования по интегральным уравнениям (И. Фредгольм, Д. Гильберт), вариационному исчислению. Понятие гильбертова пространства. Банаховы пространства (С. Банах, Н. Винер).

5.11. Развитие теории вероятностей во второй половине XIX — первой трети XX века. Формирование основ теории вероятностей. Трактат Я. Бернулли «Искусство предположений». Появление основных теорем теории вероятностей. П.-С. Лаплас и теория вероятностей. Предельные теоремы теории вероятностей. Петербургская школа П. Л. Чебышева и теория вероятностей XIX — начала XX века. Проблема аксиоматизации теории вероятностей. Аксиоматика А. Н. Колмогорова.

5.12. Математическая логика и основания математики в XIX — первой половине XX века. Предыстория математической логики. Символическая логика Г. В. Лейбница. Квантификация предиката. Логика А. де Моргана. Алгебра логики Дж. Буля и У. С. Джевонса. Символическая логика Дж. Венна. Алгебра логики Э. Шредера и П. С. Порецкого. Исчисление высказываний Г. Фреге. «Формуляр математики» Дж. Пеано. «Principia Mathematica» Б. Рассела и А. Уайтхеда. Работы по основаниям геометрии и арифметики конца XIX века. Кризис в основаниях математики в начале века и попытки выхода из него: логицизм, формализм, интуиционизм. Формалистское понимание математического существования. Непротиворечивость как основная характеристика математической теории. Конструктивизм. Аксиоматизация теории множеств. Континуум-гипотеза и попытки ее доказательства от Г. Кантора до П. Козна. Результаты К. Геделя и кризис гильбертовской программы обоснования математики. Возникновение группы Бурбаки, ее деятельность и идеология. Реакция на нее математического сообщества.

5.13. История вычислительной техники — абак, механические счетные машины (В. Шиккард, Б. Паскаль, Г. Лейбниц, П. Л. Чебышев), аналитическая машина Ч. Бэббеджа, электромеханические счетные машины, создание электронных вычислительных машин. Появление персональных компьютеров. Экспансия информатики. Допустимость компьютерного доказательства — проблема четырех красок.

5.14. Математика XX века. Основные этапы жизни математического сообщества — до первой мировой войны, в промежутке между первой и второй мировыми войнами, во второй половине XX века. Математические конгрессы, международные организации, издательская деятельность, премии (Филдсовская премия, премия Р. Неванлинны и др.). Ведущие математические школы и институты. Творчество А. Пуанкаре и Д. Гильберта.

6. Математика в России и в СССР

6.1. Математика в России до середины XIX века. Математические знания в допетровской Руси. Математика в Академии наук в XVIII веке. Школа Л. Эйлера. Реформы Александра I. Жизнь и творчество Н. И. Лобачевского.

Математика в России во второй половине XIX века. Реформы Александра II. Жизнь и творчество П. Л. Чебышева. Школа П. Л. Чебышева. Создание Московского математического общества и деятельность Московской философско-математической школы.

6.2. Математика в России и в СССР в XX веке. Организация математической жизни в стране накануне Первой мировой войны. Конфронтация Петербурга и Москвы. Рождение Московской школы теории функций действительного переменного. Математика в стране в первые годы Советской власти. Идеологические бури 30-х годов. Рождение Советской математической школы. Математические съезды и конференции, издания, институты. Ведущие математические центры. Творчество А. Н. Колмогорова.

химические загрязнения и проблема «самоубийственных» химических технологий. Социальные проблемы, общественные отношения и химический анализ. Формы собственности и развитие химии.

5. Форма промежуточной аттестации: кандидатский экзамен.

Аннотация дисциплины «Иностранный язык»

Направление 01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль) «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

1. Дисциплина «Иностранный язык» относится к базовой части блока Б1.
2. Целью освоения дисциплины «Иностранный язык» является формирование у аспирантов необходимого для сдачи кандидатского экзамена уровня знаний, умений и навыков в области чтения, говорения, аудирования, перевода, аннотирования, реферирования и письма.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часа.
4. Содержание дисциплины:

1. Виды речевой коммуникации

1.1. Говорение. Аспирант должен владеть подготовленной, а также неподготовленной монологической речью, уметь делать резюме, сообщения, доклад на иностранном языке; диалогической речью в ситуациях научного, профессионального и бытового общения в пределах изученного языкового материала и в соответствии с избранной специальностью.

1.2. Аудирование. Аспирант должен уметь понимать на слух оригинальную монологическую и диалогическую речь по специальности, опираясь на изученный языковой материал, фоновые страноведческие и профессиональные знания, навыки языковой и контекстуальной догадки.

1.3. Чтение. Аспирант должен уметь читать, понимать и использовать в своей научной работе оригинальную научную литературу по специальности, опираясь на изученный языковой материал, фоновые страноведческие и профессиональные знания и навыки языковой и контекстуальной догадки. Владеть всеми видами чтения (изучающее, ознакомительное, поисковое и просмотровое).

1.4. Письмо. Аспирант должен владеть умениями письма в пределах изученного языкового материала, в частности уметь составить план (конспект) прочитанного, изложить содержание прочитанного в форме резюме; написать сообщение или доклад по темам проводимого исследования.

2. Языковой материал

2.1. Виды речевых действий и приемы ведения общения

При отборе конкретного языкового материала необходимо руководствоваться следующими функциональными категориями:

Передача фактуальной информации: средства оформления повествования, описания, рассуждения, уточнения, коррекции услышанного или прочитанного, определения темы сообщения, доклада и т.д.

Передача эмоциональной оценки сообщения: средства выражения одобрения/неодобрения, удивления, восхищения, предпочтения и т.д.

Передача интеллектуальных отношений: средства выражения согласия/несогласия, способности/неспособности сделать что-либо, выяснение возможности/невозможности сделать что-либо, уверенности/неуверенности говорящего в сообщаемых им фактах.

Структурирование дискурса: оформление введения в тему, развитие темы, смена темы, подведение итогов сообщения, инициирование и завершение разговора, приветствие, выражение благодарности, разочарования и т.д.;

владение основными формулами этикета при ведении диалога, научной дискуссии, при построении сообщения и т.д.

2.2. Фонетика

Интонационное оформление предложения: словесное, фразовое и логическое ударения, мелодия, паузация; фонологические противопоставления, релевантные для изучаемого языка: долгота/краткость, закрытость/открытость гласных звуков, звонкость/глухость конечных согласных и т.п.

2.3. Лексика

Лексический запас сдающего кандидатский экзамен должен составить не менее 5500 лексических единиц с учетом вузовского минимума и потенциального словаря, включая примерно 500 терминов профилирующей специальности.

2.4. Грамматика

Английский язык

Порядок слов простого предложения. Сложное предложение: сложносочиненное и сложноподчиненное предложения. Союзы и относительные местоимения. Эллиптические предложения. Бессоюзные придаточные. Употребление личных форм глагола в активном и пассивном залогах. Согласование времен. Функции инфинитива: инфинитив в функции подлежащего, определения, обстоятельства. Синтаксические конструкции: оборот «дополнение с инфинитивом» (объектный падеж с инфинитивом); оборот «подлежащее с инфинитивом» (именительный падеж с инфинитивом); инфинитив в функции вводного члена; инфинитив в составном именном сказуемом (*be + инф.*) и в составном модальном сказуемом; оборот «*for + smb. To do smth.*»), Сослагательное наклонение. Модальные глаголы. Модальные глаголы с простым и перфектным инфинитивом. Атрибутивные комплексы (цепочки существительных). Эмфатические (в том числе инверсионные) конструкции в форме *Continuous* или пассива; инвертированное придаточное уступительное или причины; двойное отрицание. Местоимения, слова-заместители (*that (of), those (of), this, these, do, one, ones*), сложные и парные союзы, сравнительно-сопоставительные обороты (*as...as, not so...as, the...the*).

Французский язык

Порядок слов простого предложения. Сложное предложение: сложносочиненное и сложноподчиненное предложения. Союзы. Употребление личных форм глаголов в активном залоге. Согласование времен. Пассивная форма глагола. Возвратные глаголы в значении пассивной формы. Безличные конструкции. Конструкции с инфинитивом: *avoir à + infinitif, être à + infinitif, laisser + infinitif, faire + infinitif*. Неличные формы глагола: инфинитив настоящего и прошедшего времени; инфинитив, употребляемый с предлогами; инфинитивный оборот. Причастие настоящего времени; причастие прошедшего времени; деепричастие; сложное причастие прошедшего времени. Абсолютный причастный оборот. Условное наклонение. Сослагательное наклонение. Степени сравнения прилагательных и наречий. Местоимения: личные, относительные, указательные; местоимение среднего рода *le*, местоимения-наречия *en* и *y*.

Немецкий язык

Простые распространенные, сложносочиненные и сложноподчиненные предложения. Рамочная конструкция и отступления от нее. Место и порядок слов придаточных предложений. Союзы и корреляты. Бессоюзные придаточные предложения. Распространенное определение. Причастие I с *zu* в функции определения. Приложение. Степени сравнения прилагательных. Указательные местоимения в функции замены существительного. Однородные члены предложения разного типа. Инфинитивные и причастные обороты в различных функциях. Модальные конструкции *sein* и *haben + zu + infinitiv*. Модальные глаголы с инфинитивом I и II актива и пассива. Конъюнктив и кондиционалис в различных типах предложений. Футурум I и II в модальном значении. Модальные слова. Функции пассива и конструкции *sein + Partizip II* (статива). Трехчленный, двучленный и одночленный (безличный пассив). Сочетания с послелогом, предлогами с уточнителями. Многозначность и синонимия союзов, предлогов, местоимений, местоименных наречий и т.д. Коммуникативное членение предложения и способы его выражения.

5. Форма промежуточной аттестации: кандидатский экзамен.

**Аннотация дисциплины
«Педагогика и психология высшей школы»**

Направление 01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль) «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

1. Дисциплина «Педагогика и психология высшей школы» относится к обязательным дисциплинам вариативной части блока Б1.
2. Основной целью освоения дисциплины «Педагогика и психология высшей школы» является подготовка к преподавательской деятельности, в том числе:
 - формирование представлений об особенностях педагогической деятельности в высшей школе;
 - приобретение знаний по педагогике и психологии высшей школы: формирование мотивации учения, управление познавательной деятельностью обучающихся.
 - изучение общих принципов организации учебного процесса в высшей школе.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов.
4. Содержание дисциплины:

Тема 1: Цели и задачи высшей школы на современном этапе.

Тенденции развития современного высшего образования в России.

Подходы к определению целей образования: обучение как формирование опыта; обучение как формирование личности профессионала.

Модель личности профессионала: профессиональная направленность, профессиональный опыт, профессионально-важные качества, индивидуальный стиль деятельности. Этапы формирования профессионала, цели и задачи работы на каждом этапе. Классификация методов обучения и воспитания в вузе.

Нормативное обеспечение образовательного процесса в высшей школе. Федеральный государственный образовательный стандарт: его структура и содержание.

Тема 2: Технология знаково-контекстного подхода А.А.Вербицкого.

Учебная деятельность. Противоречия учебной и профессиональной деятельности. Контекстное обучение. Информация и знание. Основные принципы контекстного обучения. Модель динамического движения деятельности в контекстном обучении. Два этапа и три вида учебной деятельности: учебная деятельность академического типа, квазипрофессиональная деятельность, учебно-профессиональная деятельность. Педагогические технологии контекстного обучения. Активные методы обучения: обмен вопросами в малых группах, анализ ситуаций профессиональной деятельности, кейс-метод, деловые игры, разработка проектов и мини-проектов, взаимодействие подгрупп с ранней ролевой определенностью, дискуссии, демонстрации с привлечением студентов, социально-психологический тренинг.

Тема 3: Мотивы учения.

Структура учебной деятельности. Концепции мотивации учебной деятельности. Виды мотивов учения: познавательные и социальные мотивы. Формирование мотивов учения. Мотивация на изучение предмета, мотивация на выполнение отдельных заданий. Методические приемы: связь с практикой, ориентация на успех, принцип выбора заданий, связь с другими областями знаний, разъяснение учебных целей, личностная и профессиональная значимость целей, использование активных методов обучения, методическое разнообразие.

Тема 4: Психолого-педагогические аспекты организации учебной деятельности студентов.

Лекция как форма учебной деятельности в высшей школе. Виды лекций. Лекторское

мастерство. Условия превращения лекции в интерактивную. Имидж преподавателя. Практические занятия. Формы проведения семинаров. Психолого-педагогические цели семинарских занятий. Семинар рефератов. Семинар по типу круглого стола. Психологические контакты с аудиторией: личностный, эмоциональный, познавательный контакт. Психологические барьеры, условия преодоления барьеров. Учет познавательных возможностей слушателей. Управление вниманием аудитории. Восприятие и понимание учебного материала. Организация запоминания. Развитие мышления студентов. Организация самостоятельной работы студентов: формы и методы. Формы контроля. Понятие фонда оценочных средств и его разработка. Виды оценочных средств. Проведение зачетов и экзаменов.

Тема 5: Воспитательная работа

Роль воспитательной работы со студентами. Психологическая характеристика студенчества как социальной группы: ценностные ориентации, интересы, профессиональные планы. Возрастно-психологические особенности студентов. Психологические характеристики студенческой группы.

Тема 6: Учебно-методическая работа в ВУЗе

Методическое обеспечение учебного процесса в ВУЗе. Основная образовательная программа и ее структура. Учебный план. Рабочая программа дисциплины и ее содержание. Проектирование и разработка рабочих программ дисциплин. Технологии анализа учебного занятия. Методика разработки учебных занятий.

Тема 7: На итоговой консультации разбираются выполненные аспирантами задания для самостоятельной работы по темам дисциплины (в том числе и тест для самопроверки по дисциплине), преподаватель отвечает на вопросы аспирантов.

5. Форма промежуточной аттестации: зачет.

Аннотация дисциплины «Стилистика научной речи»

Направление 01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль) «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

1. Дисциплина «Стилистика научной речи» относится к факультативным дисциплинам.
2. Целью освоения дисциплины является повышение имеющегося у аспирантов уровня практического владения современным русским литературным языком и усовершенствование навыков создания устных и письменных текстов, принадлежащих к различным жанрам научного стиля речи.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.
4. Содержание дисциплины:

1. Научный стиль русского литературного языка. Общая характеристика, языковые признаки.

Понятие функционального стиля. Понятие стилистической окраски. Научный стиль как функциональная разновидность литературного языка. Культура научной и профессиональной речи. Жанры научного стиля. Первичные и вторичные научные тексты. Аннотация и реферат как основные виды вторичных текстов.

2. Культура речи. Нормы современного русского литературного языка.

Понятие культуры речи. Нормативный аспект культуры речи. Лексические, грамматические и стилистические нормы. Нарушения норм, наиболее часто встречающиеся в научных текстах разных жанров.

3. Библиографическое описание.

Библиографическое описание и его элементы. Библиографические ссылки и списки: виды и особенности оформления. Нормативные документы, используемые при составлении библиографического описания, библиографических ссылок.

5. **Форма промежуточной аттестации:** зачет.

Аннотация дисциплины «Этика науки»

Направление 01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль) «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

1. Дисциплина «Этика науки» относится к факультативным дисциплинам.
2. Целью освоения дисциплины является формирование целостного философски осмысленного представления об этике науки как одной из важнейших характеристик всей современной научной деятельности.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.
4. Содержание дисциплины:

1. Этика как наука о морали. Основания морали.

Происхождение этики. Специфика этического познания. Проблема обоснования морали. Мораль и нравы. Метаэтика. Формирование прикладной этики. Наука как объект изучения этики. Роль научной этики в современной российской науке.

2. Становление этики науки.

Разделение наук о природе и наук о духе в неокантианстве. Ценностная основа наук о духе. Представление о ценностной нейтральности и самодостаточности науки в 1-й половине XX века. Моральная рефлексия о науке во 2-й половине XX века. Плюрализм точек зрения на соотношение науки и этики в наше время. Наука и этика в эпоху глобализации.

3. Современная профессиональная этика.

Этика науки и этика ученого. Условия возникновения и функции профессиональной этики. Связь профессионализма и нравственности. Этика науки в системе профессиональной этики. Кодексы профессиональной этики, их взаимосвязь с универсальными требованиями морали.

4. Структура научной деятельности в ценностно-этическом контексте.

Знание как ценность. Идеал научности: различные понимания. Ценности научного поиска. Гуманистические ценности науки: бескорыстность, правдивость, толерантность, идея служения обществу. Культурно-мировоззренческая функция науки в социуме.

5. Этика и деонтология науки. Этические проблемы науки XXI века.

Этика науки и этика частных наук. Соотношение универсальных моральных требований, общенаучных моральных требований и норм частных наук. Различия в ценностном и нормативном аспекте точных, естественных и гуманитарных наук. Условия и предпосылки появления прикладной этики. Необходимость морального контроля областей знания, касающихся жизни и благополучия людей. Биоэтика. Биомедицинская этика. Политическая этика. Понятие и виды глобальных проблем человечества. Роль науки в их возникновении и осмыслении. Наука и экологический кризис. Экологическая этика. Этическое осмысление процессов глобализации и угроз, связанных с ней (терроризм, массовая миграция, бедность, эпидемии и т.д.).

6. Проблемы свободы и социальной ответственности в этике и деонтологии.

Понятие ответственности в этике; виды ответственности. Необходимые моральные ограничения науки как вида человеческой деятельности. Возможность различного использования научных результатов. Этика науки и этика технологии. Ответственность ученого перед человечеством, страной, научным сообществом, научной школой. Национальная принадлежность и космополитизм ученого.

7. Этика ученого сообщества.

Моратории на различные виды научных исследований. Запрет негуманных методов проведения экспериментов. Запрет социальноопасных исследований. Идеологическая нейтральность.

Признание заслуг конкурентов и коллег. Необходимость публичного признания ошибок. Нормы этикета в научном сообществе. Научные школы, направления, корпорации. Правила научного общения, дискуссии, полемики.

5. Форма промежуточной аттестации: зачет.

Аннотация дисциплины
«Электронное обучение и дистанционные образовательные технологии»

Направление 01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль) «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

1. Дисциплина «Электронное обучение и дистанционные образовательные технологии» относится к обязательным дисциплинам вариативной части блока Б1.

2. Цели освоения дисциплины

Ознакомление с компьютерными методами формирования информационно-образовательной среды и применением электронного обучения и дистанционных технологий

3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

4. Содержание дисциплины:

1. Информационно-образовательная среда учебного процесса. Формирование понятия электронной информационно-образовательной среды. Применяемые модели. Информационно-образовательное пространство, построенное с помощью интеграции информации на традиционных и электронных носителях, компьютерно-телекоммуникационных технологиях взаимодействия, включающее в себя виртуальные библиотеки, распределенные базы данных, учебно-методические комплексы и расширенный аппарат дидактических подходов

2. Компьютерные технологии в образовательном процессе. Применения компьютерных технологий в образовательном процессе. Компьютерное тестирование. Информационное обеспечение и иллюстративная поддержка образовательного процесса. Электронные обучающие системы. Виртуальный практикум

3. Электронный учебный контент: жанры. Курсы для ВУЗовского образования. Корпоративные курсы. Курсы для поддержки очных и заочных тренингов. Курсы широкого профиля для коммерческой продажи. Курсы от вендоров («Основы фотошопа») и др.

4. Структура электронной обучающей системы. Структура электронной обучающей системы. Современное состояние электронных обучающих комплексов. Параметры, определяющие качество системы. Примеры реализации.

5. Виртуальный практикум. Виртуальный практикум. Компьютерные симуляторы. Примеры реализации.

6. Структура применения современной электронной обучающей системы. Структура применения современной электронной обучающей системы. Обучающая траектория. Методическое сопровождение.

7. Разработка электронного ресурса. Разработка электронного ресурса. Подходы и среды. Состав команды. Оформление. Создание и применение отдельных компонентов. Создание гипертекстовых документов. Специализированные среды.

8. Специализированные среды. Moodle. WebTutor. Moodle – модулярная объектно-ориентированная динамическая обучающая среда. Участники образовательного процесса. Порог доступности для различных групп. Виды ресурсов теоретической части курса. Виды ресурсов практической части. Доступ к системе. Разработка и использование образовательных ресурсов в среде Moodle. WebTutor – возможности применения.

5. **Форма промежуточной аттестации:** зачет.

Аннотация дисциплины
«Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Направление 01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль) «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

1. Дисциплина «Математическая логика, алгебра и теория чисел» относится к обязательным дисциплинам вариативной части блока Б1.
2. Целью изучения дисциплины «Математическая логика, алгебра и теория чисел» является обеспечение фундаментальной подготовки в одной из основных областей современной математики, освоение языка и методов одного из наиболее мощных инструментов современной математики. Курс лежит в основе большей части современной электронной техники, численных методов алгебры и математических методов защиты информации, имеющих применение во многих областях естествознания.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.
4. Содержание дисциплины:

1. Математическая логика и теория алгоритмов. Часть 1.

1. Понятие алгоритма и его уточнения. Вычислимость по Тьюрингу, частично рекурсивные функции, рекурсивно перечислимые и рекурсивные множества. Тезис Чёрча.
2. Универсальные вычислимые функции. Существование перечислимого неразрешимого множества. Алгоритмические проблемы.
3. Построение полугруппы с неразрешимой проблемой распознавания равенства
4. Классы P и NP. Полиномиальная сводимость и NP-полные задачи. Теорема об NP-полноте задачи выполнимости.
5. Логика высказываний. Представимость булевых функций формулами логики высказываний. Конъюнктивные и дизъюнктивные нормальные формы.
6. Исчисление высказываний. Полнота и непротиворечивость.
7. Логика предикатов. Приведение формул логики предикатов к предварённой нормальной форме.
8. Исчисление предикатов. Непротиворечивость. Теорема о дедукции.

2. Теория чисел

1. Квадратичный закон взаимности .
2. Первообразные корни и индексы.
3. Неравенства Чебышева для функции $\pi(x)$.
4. Дзета-функция Римана. Асимптотический закон распределения простых чисел.
5. Характеры и L-функции. Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.
6. Тригонометрические суммы. Модуль гауссовой суммы. Полные тригонометрические суммы и число решений сравнений.
7. * Критерий Вейля равномерного распределения. Теорема Вейля о последовательности значений многочлена.
8. Модулярная группа и модулярные функции. Теорема о строении алгебры модулярных форм.
9. Представление целых чисел унимодулярными квадратичными формами. ([16]).

10. Приближение вещественных чисел рациональными дробями. Теорема Лиувилля о приближении алгебраических чисел рациональными дробями. Примеры трансцендентных чисел.
11. Трансцендентность чисел e и π .

3. Алгебра

1. Теоремы Силова.
2. Простота группы A_n , $n \geq 5$ и SO_3 .
3. Теорема о конечно порожденных модулях над евклидовым кольцом и ее следствия для групп и линейных операторов.
4. Свободные группы и определяющие соотношения.
5. Алгебраические расширения полей. Теорема о примитивном элементе. Поле разложения многочлена. Основная теорема теории Галуа .
6. Конечные поля, их подполя и автоморфизмы .
7. Радикал кольца. Структурная теорема о полупростых кольцах с условием минимальности .
8. Группа Брауэра. Теорема Фробениуса .
9. Нетеровы кольца и модули. Теорема Гильберта о базисе.
10. Алгебры Ли. Простые и разрешимые алгебры. Теорема Ли о разрешимых алгебрах. Теорема Биркгофа-Витта.
11. * Основы теории представлений. Теорема Машке. Одномерные представления. Соотношения ортогональности.
12. * Алгебраические системы. Свободные алгебры. Многообразие алгебр. Теорема Биркгофа.
13. * Решетки. Дедекиндовы решетки. Теорема Стоуна о булевых алгебрах.

1. Математическая логика и теория алгоритмов. Часть 2.

1. * Полнота исчисления предикатов. Теорема Мальцева о компактности.
2. * Элементарные теории классов алгебраических систем. Категоричные в данной мощности теории. Теорема о полноте теории, не имеющей конечных моделей и категоричной в бесконечной мощности.
3. Разрешимые теории. Теория плотного линейного порядка.
4. Формальная арифметика. Теорема о представимости вычислимых функций в формальной арифметике (без доказательства).
5. * Теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики. Теорема Тарского о невыразимости арифметической истинности в арифметике.
6. * Неразрешимость алгоритмической проблемы выводимости для арифметики и логики предикатов.
7. * Аксиоматическая теория множеств. Порядковые числа, принцип трансфинитной индукции. Аксиома выбора.

5. **Форма промежуточной аттестации:** кандидатский экзамен.

**Аннотация дисциплины
«Теория алгебраических структур»**

Направление 01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль) «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

1. Дисциплина «Теория алгебраических структур» относится к дисциплинам по выбору вариативной части блока Б1.
2. Целью изучения дисциплины «Теория алгебраических структур» является освоение основных алгебраических структур, применяемых в различных развитых математических теориях и их приложениях.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

4. Содержание дисциплины:

1. Основные алгебраические структуры. Группы, кольца, поля, многочлены и полугруппы. Ряды Лорана и рациональные функции
2. Коммутативные кольца. Прямые суммы колец. Булевы кольца. Прямые суммы колец. Разложение на множители. Факториальные кольца.
3. Гомоморфизмы и идеалы. Фактор-кольца, кольца главных идеалов. Связь с факториальностью. Умножение идеалов. Расширения, в которых заданный многочлен имеет корень. Конечные поля. Целые числа, как функции
4. Модули. Прямые суммы и свободные модули. Тензорное произведение. Тензорная, симметрическая и внешняя степень модуля. Двойственный модуль. Свойства векторных пространств и модули.
5. Некоммутативные кольца. Кольцо эндоморфизмов модуля. Групповая алгебра. Кватернионы и тела. Алгебра Клиффорда. Простые кольца и алгебры. Идеалы кольца эндоморфизмов векторного пространства над телом
6. Полупростые модули и кольца. Теорема Веддерберна. Лемма Шура. Симметрии физических законов. Группа классов идеалов. Группа Брауэра

Группы Ли и алгебраические группы. Торы. Классические комплексные алгебры Ли. Группа Лоренца. Алгебраические группы.

5. **Форма промежуточной аттестации:** зачет.

Аннотация дисциплины «Теория чисел»

Направление 01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль) «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

1. Дисциплина «Теория чисел» относится к дисциплинам по выбору вариативной части блока Б1.
2. Целью изучения дисциплины «Теория чисел» является знакомство с основными результатами и методами одной из древнейших и весьма востребованных ныне математических дисциплин. Она лежит в основе всей современной электронной цифровой техники, методах быстрого вычисления математических объектов и моделей самого широкого назначения. Она находит серьезные применения в криптографии и защите информации. Умение свободно обращаться с моделями и методами теории чисел является важным элементом математической грамотности специалиста высокого уровня.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.
4. Содержание дисциплины:

1. Элементарная теория чисел. Сложность арифметических операций. Сравнения. Делимость и алгоритм Евклида. Разложения на простые множители
2. Важнейшие теоретико-числовые функции. Теоремы Ферма и Эйлера. Сравнения с одним неизвестным.
3. Сравнения 2-й степени. Символы Лежандра и Якоби. Квадратичный закон взаимности. Разложение действительных чисел в цепные дроби. Алгебраические числа. Рациональные приближения алгебраических чисел.
4. Первообразные корни и индексы. Индексы по любому составному модулю. Представления чисел квадратичными формами. Проблемы Ферма и Варинга.
5. Теорема Лиувилля о приближении алгебраических чисел рациональными дробями. Трансцендентность чисел e и π .
6. Арифметика алгебраических чисел. Теория полей классов. Группа Галуа в арифметических задачах Теорема Фальтингса и проблемы конечности в диофантовой геометрии.

Дзета-функция и модулярные формы. Модулярные формы и L-функции.

5. **Форма промежуточной аттестации:** зачет.

**Аннотация дисциплины
«Теория алгоритмов и сложность вычислений»**

Направление 01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль) «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

1. Дисциплина «Теория алгоритмов и сложность вычислений» относится к дисциплинам по выбору вариативной части блока Б1.
2. Целью изучения дисциплины «Теория алгоритмов и сложность вычислений» является знакомство с теоретическим фундаментом для создания и применения быстродействующих вычислительных систем, каковыми для специалистов в области вычислительной техники являются теория алгоритмов и математическая логика.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.
4. Содержание дисциплины:
 1. Конечные автоматы и языки. Автоматы Мили и Мура. Детерминированные и недетерминированные автоматы.. Алгоритмические проблемы для языков. Эквивалентность и минимизация автоматов.
 2. Примитивно рекурсивные и частично рекурсивные функции. Рекурсивно перечислимые множества и предикаты. Нормальная форма Клини
 3. Машины Тьюринга. Арифметизация машин Тьюринга. Нумерация функций и множеств..Теорема о неподвижной точке.
 4. Алгоритмические проблемы. Недетерминированные машины Тьюринга. Распознаваемость языков и временная сложность . Полиномиальная сводимость и класс NP-полных языков
 5. NP-полные и NP-трудные проблемы. Сложность решения систем линейных уравнений. Проблема разрешимости уравнений с нетривиальной правой частью в свободной полугруппе. Гамильтонов цикл и задача раскраски графа.

Анализ и построение алгоритмов. Быстрая сортировка. Хеш-таблицы и двоичные деревья поиска. Жадные алгоритмы. Основные алгоритмы на графах. Алгоритм Штрассена и другие алгоритмы умножения матриц. Быстрое преобразование Фурье. Приближенные алгоритмы

5. **Форма промежуточной аттестации:** зачет.

**Аннотация дисциплины
«Алгебраические и теоретико-числовые методы в криптографии»**

Направление 01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль) «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

1. Дисциплина «Алгебраические и теоретико-числовые методы в криптографии» относится к дисциплинам по выбору вариативной части блока Б1.
2. Целью изучения дисциплины «Алгебраические и теоретико-числовые методы в криптографии» является
 - 1) подготовка в области компьютерной безопасности;
 - 2) овладение методами решения основных задач в области современной криптографии, основанных на теоретико-числовых и алгебраических алгоритмах;
 - 3) овладение современным математическим аппаратом, используемым в криптографии и теории кодирования для дальнейшего использования в приложениях.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.
4. Содержание дисциплины:
 1. Элементарная теория чисел и криптография. Делимость. Разложение на множители. Сравнения.. Конечные поля.
 2. Квадратичный закон взаимности. Символы Лежандра и Якоби. Некоторые простые криптосистемы. Открытый ключ.
 3. Криптосистема RSA, Дискретное логарифмирование. Задача о рюкзаке. Протоколы с нулевым разглашением и скрытая передача.
 4. Простота и факторизация. Факторизация Ферма и факторные базы. Метод цепных дробей. Метод квадратичного решета
 5. Эллиптические кривые. Группы точек эллиптических кривых. Эллиптические кривые над конечными полями. Арифметика в нормальных базисах. Протоколы на эллиптических кривых.Современные криптосистемы и стандарты. DES, AES и ГОСТ. Криптосистема Эль-Гамала и варианты использования. Алгоритмы арифметики над конечными полями.
5. **Форма промежуточной аттестации:** зачет.

Аннотация дисциплины «Теория групп»

Направление 01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль) «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

1. Дисциплина «Теория групп» относится к дисциплинам по выбору вариативной части блока Б1.

2. **Цели освоения дисциплины** Целью изучения дисциплины «Теория групп» является знакомство с основными направлениями одной из основополагающих дисциплин современной алгебры и ее приложений. Материал охватывает как основные конструкции и направления в теории конечных групп, так и конструкции и теоремы, используемые в теории бесконечных групп, известные как комбинаторная теория групп.

3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

4. Содержание дисциплины:

Тема № 1: Введение в теорию конечных групп. Теорема Лагранжа, Теоремы о гомоморфизмах. Действие группы на множестве. Нормализатор и централизатор. Теоремы Силова. Прямые произведения групп.

Тема № 2: Простые группы и расширения групп. Группа A_5 Группы группы Матье, системы Штейнера. Применения групп к теории кодирования. Теория расширений. Графы Кэли и автоморфизмы деревьев.

Тема № 3: Комбинаторная теория групп. Свободные группы. Фундаментальная группа графа. Задание группы порождающими и определяющими соотношениями. Преобразование Титце. Деревья и свободные группы. Свободное произведение с объединением. Деревья и HNN-расширения. Хопфовы и финитно аппроксимируемые группы

5. **Форма промежуточной аттестации:** зачет.

Аннотация дисциплины
«Теория представлений групп и ассоциативных алгебр»

Направление 01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль) «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

1. Дисциплина «Теория представлений групп и ассоциативных алгебр» относится к дисциплинам по выбору вариативной части блока Б1.

2. Целями освоения дисциплины «Теория представлений групп и ассоциативных алгебр» являются: обеспечение подготовки в одной из важных областей математики и ее приложений, знакомство с современными понятиями теории обыкновенных линейных представлений конечных групп и ассоциативных алгебр. Математический аппарат теории представлений широко используется во многих разделах математики и физики, причем сфера его приложений все время расширяется. Более того, будучи относительно законченной, данная теория служит образцом для теории представлений других алгебраических систем – компактных групп, групп Ли и теории сложности вычислений.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.
4. Содержание дисциплины:

Тема № 1: Представления над \mathbb{C} и характеры. Теорема Машке. Лемма Шура.

Приводимые и неприводимые представления. Характеры. Комплексные и целочисленные представления. Центр групповой алгебры. Теорема Машке и Лемма Шура. Свойства характеров конечных групп. Регулярное представление и групповая алгебра. Представления абелевых групп и дискретное преобразование Фурье.

Тема № 2: Строение колец, соотношения ортогональности. Таблицы характеров. Скалярное произведение и соотношения ортогональности для обыкновенных характеров. Таблица характеров конечной группы. Поле алгебраических чисел. Индуцированные характеры. Теорема взаимности Фробениуса. Лемма Бернсайда и ее следствия. Разрешимые группы. Теорема Казарина и модулярные представления.

Тема № 3: Применения теории представлений в физике и комбинаторике, быстрым вычисления. Перечислительная теорема Бернсайда. Действие группы на множестве и подсчет орбит. Свертка и ДПФ. Применение преобразования Фурье к быстрым вычислениям. Обработка сигналов и теория групп. Теорема Вигнера о просто разложимых группах и теоремы Казарина, Чанкова и Янишевского.

5. **Форма промежуточной аттестации:** зачет.